

Військова академія (м. Одеса)  
Міністерство оборони України

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку  
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Ткачук Олена Вікторівна**

УДК 621.391.8

**ДИСЕРТАЦІЯ**


**Відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад методом інверсії  
вибіркових оцінок кореляційної матриці спостережень**

05.12.17 – радіотехнічні та телевізійні системи

05 – Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

 О.В. Ткачук

Науковий керівник Скачков Валерій Вікторович, доктор технічних наук,  
професор

Одеса – 2021

## АНОТАЦІЯ

*Ткачук О.В.* Відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад методом інверсії вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.12.17 – радіотехнічні та телевізійні системи (Технічні науки). – Військова академія (м. Одеса), МО України; Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, МОН України, Одеса, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розробці та дослідженню методу відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою на основі інверсії вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень.

Проаналізовано існуючі методи двомірної просторової, частотної та вейвлет обробки зображень стосовно їх здатності пригнічувати шумові завади довільної інтенсивності. Показано, що всі вони мають обмежену здатність до пригнічення шумів значного рівня, присутніх на зображенні та, для задачі відновлення зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності, можуть розглядатися тільки як методи вторинної обробки зображень.

Побудовано статистичні моделі процесів відновлення зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності деякими видами фільтрів, а саме: середньоарифметичним, Вінера, медіанним, адаптивним локальним, усіченим середнім та високочастотним Баттерворта 2-го порядку. Отримані растри відновлених зображень цими фільтрами та відповідні значення середньоквадратичної помилки підтвердили їх нездатність пригнічувати шуми значної інтенсивності, присутні на зображенні.

За допомогою формул зв'язку між матричним та векторним поданням двомірного масиву сформульована в операторній формі задача відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою, як одномірного сигнала-носія зображення. У

якості оптимального критерію якості відновлення сигналу зображення, обрано критерій мінімуму середньоквадратичної помилки.

Побудована математична модель вузькосмугового сигналу, що формується в інформаційній системі на вході ідентичних елементів адаптивної антенної решітки в просторово-часовому змісті. За допомогою апарату математичного аналізу доведено, що сигнали на виході з кожного елемента відрізняються тільки фазовими зсувами відносно сигналу на виході з першого елемента.

Розглянуто властивості апроксимації кореляційної матриці спостережень. Зазначено, що властивості цієї матриці, вибіркова оцінка якої застосовується для аналізу просторового спектру радіовипромінювань та обчислення оптимального вектора вагових коефіцієнтів, визначають особливості адаптивної обробки сигналів зображень в адаптивній антенній решітці, що приймаються від декількох джерел на фоні шумових завад довільної інтенсивності.

Отримано вираз для системи оптимальних незалежних параметричних вагових векторів та доведено, що вона з точністю до постійного множника є вінеровським розв'язком. Відповідно до цієї системи, побудовано алгоритм обробки сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в адаптивному процесорі  $N$ -мірної адаптивної антенної решітки.

Виходячи з основних понять багатомірного комплексного статистичного та матричного аналізу, отримана вибіркова оцінка кореляційної матриці спостережень при фіксованому рівні сигналу за критерієм максимальної правдоподібності. Знайдено аналітичний вираз функції правдоподібності для тотожно розподілених випадкових величин, які є вибіркою з багатомірного комплексного нормального стаціонарного процесу з ненульовим середнім значенням. В якості допоміжних тверджень доведені формули, що виражають характеристичну функцію та математичне сподівання відповідної ермітової форми через кореляційну матрицю спостережень.

Знайдено значення локального максимуму функції правдоподібності, яке є оцінкою максимальної правдоподібності для кореляційної матриці спостережень. За допомогою поняття розбіжності Кульбака-Лейблера між двома розподілами ймовірностей та ознаки факторизації доведено, що така оцінка є слушною та достатньою статистикою для кореляційної матриці спостережень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою у випадку прийому сигналу зображення на фоні адитивного гауссівського шуму.

Показано, що відомий вигляд функції правдоподібності для випадкових величин, які є вибіркою з багатомірного комплексного нормального стаціонарного процесу з нульовим середнім є частинним випадком отриманої функції правдоподібності, що підтверджує правомірність використання вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою при фіксованому рівні сигналу зображення.

Розглянута задача формування вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. Для зменшення об'єму обчислень, виведені рекурентні формули, що реалізують алгоритми отримання вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень.

Проаналізована стійкість та слушність інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень, отриманих безпосередньо та за рекурентними формулами за критерієм збіжності матричних норм. Показано, що незважаючи на їх слушність, всі вони втрачають обчислювальну стійкість у випадку короткої вибірки.

Розглянуто розв'язок цієї проблеми за допомогою методу статичної регуляризації. Показано, що статична регуляризація при фіксованому параметрі, за своїми властивостями, обмежує можливості саморегуляризації і тому не гарантує отримання слушних оцінок оберненої кореляційної матриці спостережень. Цей висновок підтверджено результатами статистичного моделювання функціональних залежностей значень матричних норм від об'єму вибірки при різних значеннях параметра регуляризації.

Використані істотні властивості максимально правдоподібних вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень, зокрема, їх слухність та здатність до саморегуляризації, для переходу від статичної регуляризації ( $\mu = const$ ) до регуляризації зі змінним параметром. Такий вид регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці класифіковано як динамічну регуляризацію.

Отримана оптимальна функція динамічної регуляризації (змінний параметр регуляризації) вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень в умовах апріорної невизначеності відносно її спектрального складу, яка є функцією тільки від «істотних» параметрів системи, а саме розмірності кореляційної матриці (розмірності адаптивної антенної решітки) та об'єму вибірки.

Показано, що основною перевагою функції динамічної регуляризації є задоволення оптимального критерію «обчислювальна стійкість – слухність» інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. Вірність цього висновку підтверджено результатами статистичного моделювання траєкторій збіжності матричної норми інверсії вибірової оцінки кореляційної матриці різних порядків.

За допомогою пакету MATLAB проведено імітаційне моделювання процесу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою розробленим методом інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень для наступних ситуацій:

- відновлення сигналу зображення від одного джерела на фоні адитивної шумової завади за допомогою медіанної, вінеровської фільтрацій та методу, що базується на безпосередній інверсії вибірової оцінки кореляційної матриці спостережень;

- відновлення сигналу зображення від одного джерела на фоні адитивної шумової завади за допомогою методів, заснованих на безпосередній інверсії, статичній та динамічній регуляризації вибірової оцінки кореляційної матриці спостережень.

Отримані растри відновленого зображення наочно продемонстрували:

- перевагу методу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності на основі інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень над методами двомірної фільтрації;

- перевагу методу динамічної регуляризації над методами безпосередньої інверсії та статичної регуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці при їх застосуванні до процесу відновлення сигналу зображення у випадку короткої вибірки зі вхідного процесу.

Об'єктивним показником якості відновленого сигналу зображення є побудовані графіки функціональних залежностей значень середньоквадратичної помилки від об'єму вибірки.

Показана проблема, притаманна класичним методам знаходження оптимального вагового вектору в умовах прийому декількох сигналів зображень від незалежних джерел одночасно. Кореляція сигналів зображень впливає на кореляційну матрицю спостережень, внаслідок чого виникає проблема виокремлення сукупності сигналів і методи відновлення зображень на основі інверсії кореляційної матриці спостережень виявляються неефективними.

Розроблено метод знаходження оптимального вагового вектора на основі псевдооберненої матриці, сформованої тільки по результатах просторового спектрального аналізу. Отримано алгоритм інваріантного до кореляції сигналів зображень метода їх відновлення на фоні шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

Для підтвердження переваги інваріантного методу над методом, що використовує інверсію вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень у випадку прийому сигналів зображень від декількох незалежних джерел, побудована імітаційна модель процесу відновлення корельованих між собою сигналів зображень на фоні шумових завад довільної інтенсивності.

Новизна роботи полягає в наступному:

1. Вперше запропоновано використання методу, заснованого на інверсії кореляційної матриці спостережень для відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. Запропонований метод, на відміну від існуючих, передбачає оцінку кореляційної матриці спостережень в умовах апріорної невизначеності з її подальшою інверсією, що дозволяє відновлювати сигнали зображення на фоні шумових завад довільної інтенсивності.

2. Вперше запропоновано метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень з оптимальним за критерієм мінімуму матричної норми параметром, рівним розмірності кореляційної матриці (розмірності адаптивної антенної решітки). Цей метод, на відміну від відомого методу статичної регуляризації, не порушує властивість саморегуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці і, тому, задовольняє критерій оптимальності «обчислювальна стійкість – слухність», що непрямо методу статичної регуляризації (регуляризації зі сталим параметром).

3. Розроблено метод відновлення сигналів зображень, що базується на розв'язку перевизначеної системи рівнянь, складених по результатах просторового спектрального аналізу сигнально-завадової обстановки. На відміну від відомих методів, цей метод оснований на псевдооберненій матриці, яка формується по результатах спектрального аналізу, що дозволяє скоротити об'єм вибірки потрібний для якісного відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності.

4. Розроблена дослідницька стохастична модель процесу відновлення сигналу зображення на фоні шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою за допомогою пакета прикладних програм MATLAB, яка дозволяє порівнювати якість відновлення зображення за розробленим та відомими методами.

З практичної точки зору, розроблені методи дозволяють відновлювати сигнали зображення на фоні зовнішніх шумів істотного та штучного походження довільної інтенсивності в інформаційних радіотехнічних системах з адаптивною антенною решіткою. Крім того,

- метод динамічної регуляризації вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень дозволяє отримати рішення оберненої задачі в режимі реального часу без залучення апріорних даних та додаткових обчислювальних затрат на пошук оптимального параметра регуляризації;

- інваріантний до кореляції корисних сигналів метод використовує тільки результати просторового спектрального аналізу, скорочуючи обчислювальні затрати на процес відновлення зображень і може бути використаний в умовах прийому довільної кількості як сигналів зображень, так і шумових завад довільної інтенсивності від незалежних джерел.

Запропоновані математичні моделі та методи можуть бути використані під час розробки, впровадження і використання в інформаційних радіотехнічних системах, які призначені для передачі сигналів зображень в умовах шумових завад істотного та штучного походження довільної інтенсивності.

Результати дослідження впроваджено в науково-дослідні роботи «Відновлення зображень об'єктів на основі адаптації інформаційно-вимірювальних радіотехнічних систем», ОДАТРЯ, 2016-2017 р., № держреєстрації 0116U003479 та «Дослідження проблеми забезпечення ефективності функціонування наземного робо технічного комплексу шляхом стабілізації динамічних параметрів адаптивної інформаційно-керуючої системи в умовах дестабілізуючих факторів», ВА (м. Одеса), 2019-2020 р., ТТЗ № 2256 від 26.04.2019 р. виконаних на замовлення Міністерства освіти і науки України та начальника Воєнно-наукового управління ГШ ЗСУ, відповідно.

*Ключові слова:* адаптивна антенна решітка, кореляційна матриця спостережень, вибіркова оцінка, стійкість, слухність, регуляризація, шумові завади довільної інтенсивності, інваріантність.



## ABSTRACT

*Tkachuk O.V.* Image signal restoring in conditions of noise interference by inversion of sample estimates of correlation matrix of observations. – Qualification scientific paper, manuscript.

Dissertation for a candidate degree in technical sciences in the specialty 05.12.17 – radio engineering and television systems (Technical sciences) - Military Academy (Odessa), MD of Ukraine; State University of Intelligent Technologies and Telecommunications, MES of Ukraine, Odessa, 2021.

The dissertation work is devoted to the development and research of image restoring method in conditions of arbitrary intensity noise in the information system with adaptive antenna array based on the inversion of sample estimates of correlation matrix of observations.

The existing methods of two-dimensional spatial, frequency and wavelet image processing in relation to their suppress arbitrary intensity noise ability are analyzed. It is shown that all of them have the limited ability to suppress the noise of significant level present in the image and, for the task of image restoring in conditions of arbitrary intensity noise, can be considered only as methods of secondary image processing.

Statistical models of image restore processes in the conditions of arbitrary intensity noise by some types of filters, namely: arithmetic mean, Wiener, median, adaptive local, truncated medium and high-frequency Butterworth of the 2nd order are constructed. The rasters of restored images obtained by these filters and the corresponding values of the mean square error confirmed their inability to suppress the significant intensity noise present in the image.

Using the connection formulas between matrix and vector representation of two-dimensional array, the problem of image restoring in noise conditions in the information system with adaptive antenna array as one-dimensional signal carrier image, is formulated in operator form. The criterion of minimum mean square error was chosen as the optimal criterion of image signal restoring quality.

A mathematical model of the narrow-band signal, which is formed in the information system at the input identical elements, is built in space-time content. Using the mathematical analysis apparatus, it is proved that the output signals of each element differ only in phase shifts relative to the signal of first element.

The approximation correlation matrix properties are considered. It is noted that the properties of this matrix, the sample estimation of which is used to analyze the spatial spectrum of radio emissions and optimal weight coefficients calculation, determine the features of adaptive image signal processing in adaptive antenna array taken from several sources against arbitrary intensity noise.

The expression for the optimal independent parametric weight vectors system is obtained and proved that it is a Wiener solution up to the constant multiplier. According to this system, the image signals processing algorithm in the conditions of arbitrary intensity noise in the adaptive processor of  $N$ -dimensional adaptive antenna array is built.

Based on the fundamental concepts of multivariate complex statistical and matrix analysis, the sample estimation of correlation matrix of observations is obtained at the fixed signal level by the maximum likelihood criterion. An analytic expression for the likelihood function is derived for identically distributed random variables, which are the sample of a multidimensional complex Gaussian stationary process with a nonzero mean value. Formulas expressing characteristic function and mathematical expectation of corresponding Hermitian form through correlation matrix of observations are proved as auxiliary statements.

The value of the local maximum of the likelihood function, which is the sample estimate of the maximum likelihood for the correlation matrix, is found. Using the concepts of Kullback-Leybler divergence between two probability distributions and the factorization test, such estimate is proved to be a consistent and sufficient statistics for the correlation matrix in information system with adaptive antenna array for the case of additive Gaussian noise background in the received signal.

It is shown that the known form of the likelihood function for random variables, which is a sample of a multidimensional complex Gaussian stationary

process with zero mean is a partial case of the obtained likelihood function, which confirms the legitimacy of using the correlation matrix sample estimate of observations.

The problem of forming sample estimates of correlation matrix is considered. To reduce the volume of calculations, recursive formulas that implement algorithms for obtaining sample estimates of correlation matrix of observations are derived.

The stability and solvency of the sample estimates inversion of the correlation matrix of observations obtained directly and by recurrent formulas by the criterion of convergence of matrix norms are analyzed. It is shown that despite their solvency, they all lose computational stability in case of the short sample.

The solution of this problem by method of static regularization is considered. It is shown that static regularization at fixed parameter, by its properties, limits the possibilities of self-regulation and therefore does not guarantee obtaining stable estimates of the inverse correlation matrix of observations. This conclusion is confirmed by the statistical modeling results of the functional dependences of the matrix norms values on the sample size at different values of regularization parameter.

The essential properties of maximally likelihood sample estimates of the correlation matrix of observations, in particular, their solvency and ability to self-regulate, for the transition from static regularization ( $\mu = const$ ) to regularization with a variable parameter are used. This type of regularization of sample estimates of the correlation matrix is classified as dynamic regularization.

The optimal function of dynamic regularization (variable regularization parameter) of correlation matrix sample estimates of observations in conditions of priori uncertainty about its spectral composition is obtained, which is a function only of "essential" system parameters, namely correlation matrix dimensions (adaptive antenna array dimensions).

It is shown that the main advantage of the dynamic regularization function is the satisfaction of the optimal criterion "computational stability - solvency" of sample estimates inversion of the correlation matrix of observations. The validity of this

conclusion is confirmed by statistical modeling results of the convergence trajectories of matrix norm of the correlation matrix sample estimate inversion different orders.

Using the MATLAB package, simulation of the image signal restore process in the conditions of arbitrary intensity noise in the information system with adaptive antenna array developed by the method of sample estimates inversion of the correlation matrix of observations for the following situations:

- restore of the image signal from one source against the additive noise background using median, Wiener filtering and the method based on direct inversion of a sample estimate of the correlation matrix of observations;

- restore of the image signal from one source against the additive noise background using methods based on direct inversion, static and dynamic regularization of a sample estimate of the correlation matrix of observations.

The obtained rasters of restored image clearly demonstrated:

- the advantage of the method of image signal restore in the conditions of arbitrary intensity noise based on the inversion of the sample correlation matrix of observations over the methods of two-dimensional filtering;

- the advantage of the method of dynamic regularization over the methods of direct inversion and static regularization of the sample estimation of the correlation matrix when applied to the image signal restoring in the case of a short sample from the input process.

An objective indicator of the quality of the restored image signal is the plotted functional dependences of the mean square error values on the sample size.

The problem inherent in the classical methods of optimal weight vector finding in the conditions of several image signals receiving from independent sources simultaneously is shown. Correlation of image signals affects the correlation matrix of observations, resulting in the problem of isolating a set of signals and methods of image restore based on the correlation matrix of observations inversion are ineffective.

The method for optimal weight vector finding on the basis of a pseudo-inverted matrix formed only by the results of spatial spectral analysis has been

developed. An algorithm of the invariant to correlation of image signals restoration method against the arbitrary intensity noise background in the information system with adaptive antenna array is obtained.

To confirm the advantage of the invariant method over the method that uses the inversion of the correlation matrix sample estimate of observations in the case of receiving image signals from several independent sources, a simulation model of the restoring process of correlated image signals against arbitrary intensity noise.

The novelty of the work is as follows:

1. For the first time it is proposed to use a method based on the inversion of the correlation matrix of observations to restore signal images in the information system with adaptive antenna array. The proposed method, in contrast to the existing ones, involves estimating the correlation matrix of observations under conditions of a priori uncertainty with its subsequent inversion, which allows to restore the signal image against the arbitrary intensity noise background.

2. For the first time, the method of dynamic regularization of sample estimates of the correlation matrix of observations with the optimal parameter on the criterion of the minimum matrix norm, equal to the dimension of the correlation matrix (dimension of the adaptive antenna array) is proposed. This method, in contrast to the known method of static regularization (regular parameter regularization), does not violate the property of self-regulation of sample estimation of the correlation matrix and, therefore, satisfies the criterion of optimality "computational stability - solvency", which is not typical of static regularization.

3. The signal image restoration method based on the solution of redefined system of equations compiled based on the results of spatial spectral analysis of the signal-interference situation has been developed. In contrast to the known methods, this method is based on the pseudo-inverted matrix, formed by the results of spectral analysis, which reduces the sample size required for high-quality image restoration in conditions of arbitrary intensity noise.

4. A research stochastic model of the signal image restoration process against the arbitrary intensity noise in the information system with adaptive antenna array

using the MATLAB application package has been developed, which allows to compare the image restore quality according to developed and known methods.

From a practical point of view, the developed methods allow to restore the signal image against the arbitrary intensity external noise of significant and artificial origin in information radio systems with adaptive antenna array. In addition,

- the method of dynamic regularization of sample estimates of the correlation matrix of observations allows to obtain the solution of the inverse problem in real time without involving a priori data and additional computational costs to find the optimal parameter of regularization;

- the correlation-invariant method uses only the results of spatial spectral analysis, reducing the computational costs of the signal image restore process and can be used in terms of receiving any number of both image signals and arbitrary intensity noise from independent sources.

The proposed mathematical models and methods can be used during the development, implementation and use in information radio systems, which are designed to transmit image signals in the conditions of arbitrary intensity noise of essential and artificial origin.

The results of the study were introduced into the research work "Restoration of the objects images based on the adaptation of information and measuring radio engineering systems," OSATRQ, 2016-2017, No. SR 0116U003479 and "Study of the problem of ensuring effectiveness of the ground robotic complex by stabilizing the dynamic parameters of the adaptive information and control system in conditions of destabilizing factors", MA(Odessa), 2019-2020, TTT No. 2256 of 26.04.2019, commissioned by the Ministry of Education and Science of Ukraine and the head of the Military Scientific Department of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine, respectively.

*Key words:* adaptive antenna array, correlation matrix of observations, sample estimate, stability, solvency, regularization, noise interference of arbitrary intensity, invariance.

*Список опублікованих праць за темою дисертації*

1. Братченко Г.Д., Скачков В.В., Ткачук Е.В., Смаглюк Г.Г., Григорьев Д.В., Пивторак О.В. Адаптивные методы восстановления изображений в информационно-измерительных радиотехнических системах: монографія. Одесса: Бондаренко М.О., 2016. 196 с.
2. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Odesa: Bondarenko M.O., 2017. 76 p.
3. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Croatia: University North, 2018. 77 p.
4. Skachkov V., Bratchenko H., Kazakova N., Tkachuk H. Image restoration received by radio channel on the background of external noise in the above-ground objects monitoring system. *Information Technology in Selected areas of Management 2017*: monograph. Krakow: Wydawnictwa AGH University of Science and Technology Press, 2018. P. 61–71.
5. Skachkov V., Chepkyi V., Bratchenko H., Tkachuk H., Kazakova N. Development of the method for dynamic regularization of selected estimate in the correlation matrices of observations. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mathematics and Cybernetics – Applied Aspects*. 2017. vol. 6/4 (90). P. 11–18.
6. Tkachuk O.V., Skachkov V.V. Estimation of correlation matrix of observations at the fixed signal level by maximum likelihood criterion. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2019. № 25. С. 58–64.
7. Skachkov V.V., Tkachuk O.V. Image restoration method, invariant to signal correlation in the information system with adaptive antenna array. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2020. № 28. С. 64–76.
8. Ткачук О.В. Операторна форма задачі відновлення зображення на фоні адитивних шумів. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*.

*Технічні науки*. 2016. вип. 2(6). С. 25–30.

9. Ткачук О.В. Оптимальна обробка сигналів зображень в умовах шумових перешкод в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. *Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості*. 2020. № 2(17). С. 27–34.
10. Скачков В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Критеріальні показники оцінювання якості адаптивної інформаційно-вимірювальної системи в умовах внутрішньо системних збурень. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса). Технічні науки*. 2014. вип. 2(2). С. 33–42.
11. Ткачук О.В., Клименко В.В. Некоректні задачі в інформаційних системах військового спрямування. *Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 10-11 вересня 2014. Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2014. С. 249.
12. Клименко В.В., Ткачук О.В. Проблеми стійкості обернених некоректних задач в динамічних системах. *Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 10-11 вересня 2014, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2014. С. 104–106.
13. Скачков В.В., Чепкій В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Робоча гіпотеза рішення проблеми некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Третьої Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 22-23 вересня 2016, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2016. С. 195–197.
14. Скачков В.В., Братченко Г.Д., Чепкій В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Шляхи рішення некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. *Метрологія, технічне регулювання, якість: досягнення та перспективи*: зб.



матеріалів Шостої Міжнародної науково-практичної конференції, м. Одеса, 11-12 жовтня 2016, Одеса: ОДАТРЯ. 2016. С. 192–194.

15. Ткачук О.В., Скачков В.В. Застосування вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень для відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з антенною решіткою. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*: зб. Матеріалів Шостої Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 12-13 вересня 2019, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2019. С. 250.

## ЗМІСТ

ВСТУП		19
РОЗДІЛ 1	ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ПРИЙОМУ ЗОБРАЖЕННЯ ПО ЦИФРОВОМУ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ	26
	1.1 Узагальнена модель цифрового каналу передачі зображення	26
	1.2 Математична модель зображення, сигналів і шумів	28
	1.3 Огляд методів покращення зображення за наявності адитивного шуму	34
	1.4 Оцінка якості зображення за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки	40
	1.5 Постановка задачі дослідження	48
	1.6 Висновки	53
РОЗДІЛ 2	СИНТЕЗ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ПРИЙОМУ СИГНАЛІВ ЗОБРАЖЕНЬ В УМОВАХ АДИТИВНИХ ШУМОВИХ ЗАВАД	54
	2.1 Особливості прийому сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою	54
	2.2 Кореляційна матриця спостережень та її властивості	61
	2.3 Оптимальна обробка сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою	67
	2.4 Оцінка кореляційної матриці спостережень за критерієм максимальної правдоподібності	72
	2.5 Висновки	80
РОЗДІЛ 3	АЛГОРИТМИ ФОРМУВАННЯ ВИБІРКОВИХ ОЦІНОК КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ СПОСТЕРЕЖЕНЬ	81
	3.1 Обчислювальні алгоритми знаходження вибіркових	81

	оцінок кореляційної матриці спостережень	
3.2	Статична регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень	89
3.3	Динамічна регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень	95
3.4	Висновки	103
РОЗДІЛ 4	ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛУ ЗОБРАЖЕННЯ НА ФОНІ АДИТИВНИХ ШУМОВИХ ЗАВАД ДОВІЛЬНОЇ ІНТЕНСИВНОСТІ МЕТОДАМИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	104
4.1	Побудова статистичної моделі процесу відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою	105
4.2	Результати статистичного моделювання процесу відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою на основі інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень	108
4.3	Інваріантний до кореляції корисних сигналів метод відновлення сигналів зображень	124
4.4	Моделювання алгоритму відновлення сигналів зображень за допомогою інваріантного до кореляції корисних сигналів методу	127
4.5	Висновки	137
	ВИСНОВКИ	138
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	139
	ДОДАТКИ	147

## ВСТУП

### Обґрунтування вибору теми дослідження

В процесі передачі та обробки в інформаційних радіотехнічних системах, сигнали зображень піддаються впливу різних шумових завад довільної інтенсивності, що в результаті призводить до погіршення візуальної якості та, у низці випадків, до втрати ділянок зображення.

Послаблення дії завад досягається за рахунок просторової або частотної фільтрації. При цьому зображення розглядається як двомірний сигнал, якій є значно більш ємним носієм інформації, ніж звичайний одномірний (часовий) сигнал і, отже, потребує застосування специфічних методів обробки, відмінних від традиційних методів обробки і аналізу одномірних сигналів. Ідея двомірної фільтрації полягає у заміні яскравості кожної спотвореної завадою точки растру зображення на інше значення яскравості з околу цієї точки (маски фільтру), найменш спотворене завадою. При цьому питання вибору іншого значення яскравості вирішують, зазвичай, спираючись на ймовірнісні моделі зображення та завад. Отже, задача оптимальної двомірної фільтрації зводиться до пошуку такої раціональної обчислювальної процедури, яка дозволить досягти найкращої якості відновлення зображення.

На даний час, існує безліч різноманітних методів двомірної просторової, частотної та вейвлет обробки зображень. Просторова фільтрація елементів прийнятої реалізації зображення така, як лінійна, нелінійна та байєсівська має обмежену здатність до пригнічення шумових завад значного рівня, оскільки вибір розміру маски залежить від наявності апріорної інформації про початкове зображення та характеристик шумової складової.

Методи частотної та вейвлет фільтрації базуються на переході від просторової до частотної області за допомогою фур'є-перетворень. При цьому процес обробки зображень потребує використання потужних обчислювальних засобів, навіть при використанні швидкого фур'є-перетворення. Слід зазначити, що спектральним метода обробки притаманні систематичні похибки, пов'язані

з процедурою переходу до частотної області. Крім того, якщо потужність шумової завади значно перевищує потужність сигналу зображення, то перетворення Фур'є не впливають на спектр прийнятої реалізації та, як наслідок, відновлення зображення не відбувається.

Значний внесок в розробку методів вирішення задачі відновлення зображення на фоні шумових завад зробили Бакушинський А.Б., Верлань А.Ф., Воскобойников Ю.Є., Грузман І.С., Красильников М.М., Претт У., Сойфер В.О., Старовойтов В.В., Тербиж В.Ю., Хуанг Т., Яне Б., Ярославський Л.П. та інші.

На жаль, в дійсний час відсутні методи двомірної фільтрації, в яких об'єднані максимально можлива якість відновлення зображення та незначні обчислювальні затрати. Крім того, в силу самої ідеї фільтрації, їх застосування ефективно лише у випадку значного перевищення потужності сигналу зображення над потужністю шумової завади і тому, в умовах прийому сигналу зображення на фоні шумових завад значної інтенсивності такі методи можуть розглядатися тільки як засіб вторинної обробки.

Збільшення течії інформації, що передається в сучасних радіотехнічних системах приводить до високої динаміки змінення «завадо-сигнальної» обстановки та непередбачуваності параметрів завад, що актуалізує задачу відновлення сигналів зображень в умовах апріорної невизначеності, коли з боку прийому кількість джерел шумових завад, їх розташування в просторі та інтенсивність невідомі.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами**

Дисертаційна робота є фрагментом науково-дослідних робіт «Відновлення зображень об'єктів на основі адаптації інформаційно-вимірювальних радіотехнічних систем» (ОДАТРЯ, 2016-2017 р., № держреєстрації 0116U003479) та «Дослідження проблеми забезпечення ефективності функціонування наземного робо технічного комплексу шляхом стабілізації динамічних параметрів адаптивної інформаційно-керуючої системи в умовах дестабілізуючих факторів» (ВА (м. Одеса), 2019-2020 р., ТТЗ № 2256

від 26.04.2019 р.), виконаних на замовлення Міністерства освіти і науки України та начальника Воєнно-наукового управління ГШ ЗСУ, відповідно.

### **Мета і завдання дослідження**

Метою дисертаційної роботи є розробка та дослідження методу відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою на основі інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. Для досягнення цієї мети були поставлені такі завдання:

- провести аналіз та узагальнити сучасні дані літератури з питань обробки зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності та сформулювати в операторній формі задачу відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою;
- дослідити вибірові оцінки кореляційної матриці спостережень, сформовані безпосередньо та методом статичної регуляризації (регуляризації зі сталим параметром), на стійкість та слухність за критерієм збіжності матричних норм;
- розробити метод регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень, який дозволить вирішити проблему обчислювальної стійкості та слухності цих оцінок та застосувати його до задачі відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності;
- розробити метод відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності, інваріантний до кореляції корисних сигналів;
- побудувати статистичні моделі розроблених методів відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою;
- провести аналіз отриманих результатів.

**Об'єкт дослідження:** процес відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

**Предмет дослідження:** методи та алгоритми відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

**Методи дослідження:** матричне числення, математичний аналіз, комплексний аналіз, обчислювальна лінійна алгебра, теорія звичайних диференціальних рівнянь, методи рішення некоректних задач, методи багатомірної оптимізації, теорія випадкових процесів, методи статистичного моделювання за допомогою пакета прикладних програм MATLAB.

### **Наукова новизна отриманих результатів**

У ході виконання дисертаційної роботи отримано наступні нові наукові результати:

1. Вперше запропоновано використання методу, заснованого на інверсії кореляційної матриці спостережень для відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. Запропонований метод, на відміну від існуючих, передбачає оцінку кореляційної матриці спостережень в умовах апріорної невизначеності з її подальшою інверсією, що дозволяє відновлювати сигнали зображень на фоні шумових завад довільної інтенсивності.

2. Вперше запропоновано метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень з оптимальним за критерієм мінімуму матричної норми параметром, рівним розмірності кореляційної матриці (розмірності адаптивної антенної решітки). Цей метод, на відміну від відомого методу статичної регуляризації (регуляризації зі сталим параметром), не порушує властивість саморегуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці і, тому, задовольняє критерій оптимальності «обчислювальна стійкість – слухність», що непринятно методу статичної регуляризації.

3. Розроблено метод відновлення сигналів зображень, що базується на розв'язку перевизначеної системи рівнянь, складених по результатах просторового спектрального аналізу «сигнально-завадової» обстановки. На відміну від відомих методів, цей метод оснований на псевдооберненій матриці,

яка формується по результатах спектрального аналізу, що дозволяє скоротити об'єм вибірки потрібний для якісного відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності.

4. Розроблена дослідницька стохастична модель процесу відновлення сигналів зображень на фоні шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою за допомогою пакета прикладних програм MATLAB, яка дозволяє порівнювати якість відновлення зображення за розробленим та відомими методами.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в наступному:

1. Розроблені методи дозволяють відновлювати сигнали зображень на фоні зовнішніх шумів істотного та штучного походження довільної інтенсивності в інформаційних радіотехнічних системах з адаптивною антенною решіткою.

2. Розроблений метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень дозволяє отримати рішення оберненої задачі в режимі реального часу без залучення апріорних даних та додаткових обчислювальних затрат на пошук оптимального параметра регуляризації.

3. Запропонований інваріантний до кореляції корисних сигналів метод використовує тільки результати просторового спектрального аналізу і, тим самим, скорочує обчислювальні затрати на процес відновлення сигналів зображень.

4. Розроблений метод відновлення сигналів зображень, що базується на розв'язку перевизначеної системи рівнянь, може бути використаний в умовах прийому довільної кількості як сигналів зображень, так і шумових завад довільної інтенсивності від незалежних джерел.

5. Запропоновані математичні моделі та методи можуть бути використані під час розробки, впровадження і використання в інформаційних радіотехнічних системах, які призначені для передачі сигналів зображень в умовах шумових завад істотного та штучного походження довільної інтенсивності.



**Особистий внесок здобувача.** Безпосередньо автором здійснено:

- інформаційний пошук та аналіз літературних даних за темою дисертації;
- формулювання в операторній формі задачі обробки сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою та корекція формул зв'язку між матричним та векторним поданням двомірного масиву;
- систематизація методів двомірної обробки зображень, основні характеристики яких зведені до таблиць у додатку А;
- математичне доведення того факту, що сигнали на виході з кожного ідентичного елемента антенної решітки відрізняються тільки фазовими зсувами відносно сигналу на виході з першого елемента;
- вивід аналітичного виразу функції правдоподібності для тотожно розподілених випадкових величин, які є вибіркою з багатомірного комплексного нормального стаціонарного процесу з ненульовим середнім значенням;
- вивід рекурентних формул для обчислення вибіркової оцінки прямої та оберненої кореляційної матриці спостережень;
- математичне обґрунтування методу динамічної регуляризації та інваріантного до кореляції корисних сигналів методу визначення вагових коефіцієнтів;
- статистична обробка результатів експериментальних досліджень та імітаційне моделювання процесу відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою за допомогою пакета прикладних програм MATLAB.

У наукових працях, опублікованих у співавторстві, внесок здобувача полягає в наступному: монографія [18] – систематизація методів двомірної обробки зображень та постановка в операторній формі задачі відновлення сигналів зображень в адаптивній інформаційній системі; монографії [92], [93] – вступ, аналіз літературних джерел, математичні викладки; розділ монографії [85] – отримана математична модель сигналу зображення на фоні внутрішнього шуму; стаття [70] – аналіз літературних джерел та математичне обґрунтування

методу динамічної регуляризації, ілюстративний матеріал; стаття [58] – вивід виразу функції правдоподібності для вибірки з багатомірного комплексного нормального стаціонарного процесу з фіксованим рівнем середнього; стаття [90] – математичне обґрунтування інваріантного до кореляції корисних сигналів методу визначення вагових коефіцієнтів та статистичне моделювання процесу відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою за допомогою пакета прикладних програм MATLAB; стаття [38] – аналіз літературних джерел, висновки, ілюстративний матеріал. Статті [40] та [94] написані особисто.

### **Апробація результатів дисертації**

Основні положення роботи викладено та обговорено на науково-практичних конференціях різного рівня: Всеукраїнська науково-практична конференція «Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи» (Одеса, 10-11 вересня 2014); Третя Всеукраїнська науково-практична конференція «Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи» (Одеса, 22-23 вересня 2016); Шоста Міжнародна науково-практична конференція «Метрологія, технічне регулювання, якість: досягнення та перспективи» (Одеса, 11-12 жовтня 2016); Шоста Всеукраїнська науково-практична конференція «Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи» (Одеса, 12-13 вересня 2019).

### **Обсяг і структура дисертації**

Дисертаційна робота викладена на 168 сторінках машинописного тексту, складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 4 додатків. Обсяг основного тексту дисертації складає 113 сторінок друкованого тексту. Робота ілюстрована 5 таблицями, 31 рисунком, 9 схемами та 3 програмами, написаними в пакеті прикладних програм MATLAB. Список використаних джерел містить 94 найменування.

## РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ПРИЙОМУ ЗОБРАЖЕНЬ ПО ЦИФРОВОМУ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ

### 1.1 Узагальнена модель цифрового каналу передачі зображення

Цифрова обробка сигналів відноситься до одного з найбільш перспективних напрямків сучасної радіотехніки та суміжних з нею галузей, що динамічно розвиваються. Сфера застосування цифрової обробки сигналів постійно розширюється. Це радіозв'язок, радіо-, гідро- та звуколокація, спектральний аналіз, виявлення сигналів на фоні завад, адаптивна корекція каналів зв'язку, адаптивна компенсація завад, аналіз і синтез мови, радіомовлення, телебачення, цифрові синтезатори частот, цифрові методи вимірювань, обробка сигналів в радіорозвідці, сейсмологія, медицина. Цифрова обробка сигналів є альтернативою традиційній аналоговій.

Фізично, система цифрової обробки сигналів є процесором, якій відповідно заданого алгоритму під керівництвом програми здійснює обчислювальні операції з оцифрованими сигналами. Її основною перевагою є здійснення складних (оптимальних) алгоритмів обробки з гарантованою і незалежною від дестабілізуючих факторів точністю; можливість програмування і функціональна гнучкість; можливість адаптації до сигналів, що обробляються; технологічність. Цифрові канали менше схильні до спотворень та інтерференції, оскільки двійкове подання полегшує відновлення сигналу та запобігає накопиченню шумів в процесі передачі [1], [2], [3].

Розглянемо цифровий канал передачі сигналу зображення. Він характеризується швидкістю передачі інформації, пропускнуою здатністю, амплітудною характеристикою, частотною характеристикою та ємністю каналу [4]. Типова модель такого каналу складається з відправника зображення, каналу зв'язку та отримувача зображення (рис. 1.1).

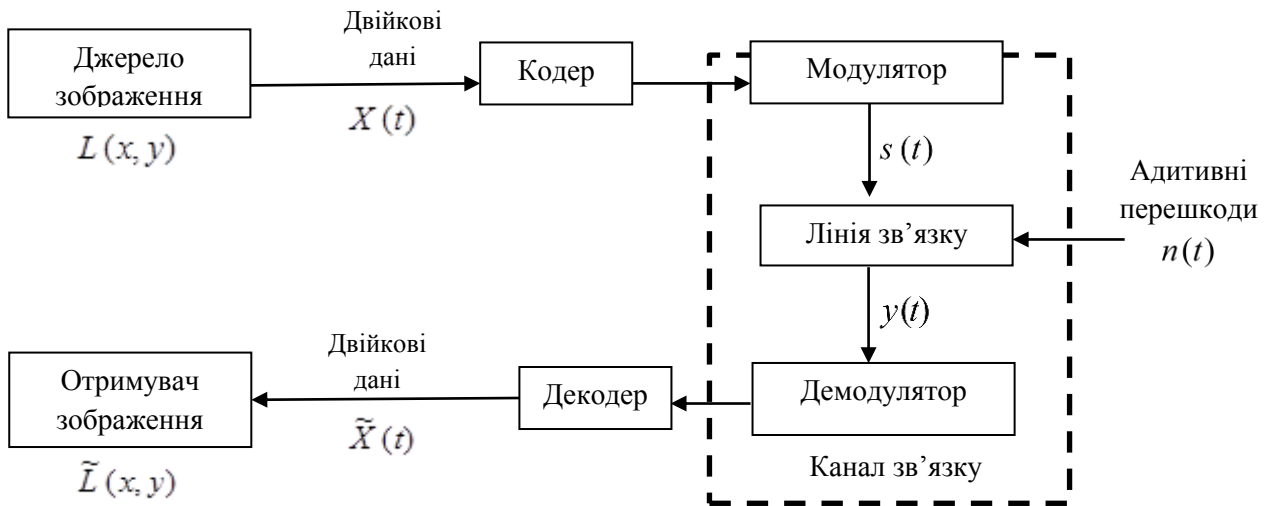


Рис. 1.1 Схема цифрового каналу передачі зображення з одним джерелом та одним отримувачем.

*Джерело повідомлень* породжує дані у вигляді двійкових символів  $X(t)$ . *Кодер* взаємно-однозначно перетворює набори з  $k$ -вхідних двійкових символів до наборів з  $n$ -вихідних символів, де  $n > k$  (принцип надлишку). *Модулятор* породжує множину неперервних сигналів  $s(t)$  скінченної тривалості та реалізує відображення вихідної послідовності кодеру до цієї множини сигналів. *Лінія зв'язку* є комплексом радіотехнічних пристроїв, разом з антенами, які приймають та передають сигнал, та всього фізичного середовища, через яке він проходить на шляху від виходу з модулятора до входу в демодулятор [5]. Крім того, в різних точках вздовж маршруту передачі, додаткові випадкові завади спотворюють сигнал так, що на вході до демодулятора сигнал  $y(t)$  відрізняється від виходу з модулятора  $s(t)$  та, в загальному випадку, є лінійно-залежним від вхідного сигналу  $s(t)$ , мультиплікативної  $k(t)$  та адитивної  $n(t)$  перешкод:

$$y(t) = k(t) \cdot s(t) + n(t).$$

*Демодулятор* на підставі прийнятого сигналу  $y(t)$  оцінює, який з можливих символів був переданий. Ймовірність того, що ця оцінка виявиться вірною залежить переважно від відношення сигнал/шум в смузі частот, що використовується.

*Декодер* здійснює операцію обернену кодеру. Оскільки послідовність символів, яка породжується демодулятором, може містити похибки, декодер повинен виконувати перетворення більш складне, ніж кодер. Пряме перетворення кодером та обернене – декодером повинно мінімізувати вплив шумів в каналі [2], [6].

Незважаючи на множину вже вирішених технічних задач, в галузі застосування цифрової обробки сигналів існує низка проблем, а саме: обмежена швидкість обробки, обмежена розрядність, додаткові завади та шуми, що виникають в системі, складність математичного опису процесів, які відбуваються в пристроях [2], [6]. Крім того, головним недоліком є те, що погіршення якості обробки зображень має пороговий характер. Якщо відношення сигнал/шум падає нижче деякого порогу, то якість отриманого зображення може стрибком змінитися від дуже «гарного» до дуже «поганого» на відміну від аналогових систем, де погіршення якості відбувається поступово [1].

## 1.2 Математична модель зображення, сигналів та перешкод

З фізичної точки зору сигнали та перешкоди є електричними коливаннями, які змінюються за часом, тому їх математичною моделлю є деяка функція (процес у часі)  $y(t)$  та їх можна класифікувати за *формою*, *інформативністю* та *характеристикам*.

З простих за *формою* сигналів найбільше застосування знаходять *гармонічні*  $s(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  та *імпульсні* сигнали, які в свою чергу підрозділяються на відеоімпульси та радіоімпульси [7].

За *інформативністю* сигнали підрозділяються на *детерміновані* та *випадкові*. Детермінованими називаються процеси, для яких можна повністю передбачити течію за часом. Інакше кажучи, для будь-якого заздалегідь заданого моменту часу  $t$  може бути однозначно визначено значення функції  $y(t)$  [7], [8]. Детерміновані сигнали є частинним випадком випадкових

сигналів. Математичний опис випадкових сигналів, якими є зображення та перешкоди в системах цифрових каналів зв'язку, здійснюється за допомогою випадкових функцій та передбачає вирішення двох задач: 1) до якого типу випадкових явищ слід віднести випадковий сигнал в конкретній ситуації та, 2) як визначити необхідні ймовірнісні характеристики [4], [5], [9], [10], [11].

Найбільш повний опис випадкового процесу  $Y(t)$  задається безрозмірними функціями розподілу  $F(y_1, y_2, \dots, y_n, \dots; t_1, t_2, \dots, t_n, \dots)$  та щільністю розподілу ймовірностей  $f(y_1, y_2, \dots, y_n, \dots; t_1, t_2, \dots, t_n, \dots)$ , де  $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$  звичайні не випадкові функції, які є реалізаціями випадкового процесу  $Y(t)$  в довільних перерізах  $t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$ . Але практичне використання такої характеристики неможливе, тому замість неї використовують тільки числові характеристики. На відміну від числових характеристик випадкових величин, які є визначеними числами, характеристиками випадкового процесу є функції [9], [10].

*Математичне сподівання випадкового процесу  $Y(t)$*  визначається наступним чином. Розглянемо переріз випадкового процесу  $Y(t)$  при фіксованому  $t$ . В цьому перерізі маємо звичайну випадкову величину, для якої визначимо математичне сподівання. Очевидно, що воно є функцією від  $t$ , тобто

$$m_y(t) = M[Y(t)].$$

Таким чином, математичним сподіванням випадкового процесу  $Y(t)$  називається не випадкова функція  $m_y(t)$ , яка при кожному значенні аргументу  $t$  дорівнює математичному сподіванню відповідного перерізу випадкового процесу. За своїм змістом, математичним сподіванням випадкового процесу є деяка середня функція, навколо якої різним чином варіюються конкретні реалізації випадкового процесу.

Дисперсією випадкового процесу  $Y(t)$  називається не випадкова функція  $D_y(t)$ , значення якої для кожного  $t$  дорівнюють дисперсії відповідного перерізу випадкового процесу  $D_y(t) = M[Y(t)]$ .

Дисперсія випадкового процесу при кожному  $t$  характеризує розсіювання можливих реалізацій випадкового процесу відносно середнього, тобто «ступінь випадковості» випадкового процесу. Очевидно, що  $D_y(t)$  є невід'ємною функцією. Тому, середньоквадратичне відхилення випадкового процесу має вигляд  $\sigma_y(t) = \sqrt{D_y(t)}$ .

Математичне сподівання та дисперсія є важливими характеристиками випадкового процесу, але для опису основних особливостей цього процесу їх не достатньо. Тому, для їх опису вводять кореляційну функцію, яка характеризує ступінь залежності між перерізами випадкового процесу, що відносяться до різних значень  $t$ .

Кореляційною функцією випадкового процесу  $Y(t)$  називається не випадкова функція двох аргументів  $K_y(t_1, t_2)$ , яка при кожній парі значень  $t_1, t_2$  дорівнює кореляційному моменту відповідних перерізів випадкового процесу

$$K_y(t_1, t_2) = M[\dot{Y}(t_1) \cdot \dot{Y}(t_2)],$$

$$\text{де } \dot{Y}(t_1) = Y(t_1) - m_y(t_1); \quad \dot{Y}(t_2) = Y(t_2) - m_y(t_2).$$

Функція кореляції характеризує ступінь статистичного взаємозв'язку реалізацій випадкового процесу  $Y(t)$  в моменти  $t_1$  і  $t_2$ , відокремлені інтервалом  $\tau = t_2 - t_1$ . Спадання значень функції кореляції зі зростанням  $\tau$  свідчить про послаблення зв'язку між миттєвими значеннями процесу [4].

Випадкові процеси можна поділити на *стаціонарні* та *нестационарні*. Стаціонарні випадкові процеси у більшості практичних ситуацій мають так звану *ергодичну властивість*: усереднення по множині реалізацій випадкового процесу  $Y(t)$  дає приблизно той самий результат, що й усереднення за часом

однієї реалізації  $y(t)$ , якщо час усереднення  $T$  достатньо великий. Реальні повідомлення, сигнали, зображення та перешкоди зазвичай не є стаціонарними. Але, якщо їх розглядати протягом не занадто тривалого часу, то з достатньо гарним наближенням їх можна описати стаціонарними процесами, які широко використовуються у якості математичних моделей реальних повідомлень, сигналів та перешкод [4], [10].

Часто складний сигнал  $y(t)$  буває зручніше подати у комплексній (аналітичній) формі, у вигляді процесу зі змінною амплітудою (огинаючою)  $u(t)$  та повною фазою  $\varphi(t)$

$$\dot{y}(t) = y(t) + i \tilde{y}(t) = u(t) e^{j(\omega t + \varphi(t))},$$

де

$$y(t) = u(t) \cos(\omega t + \varphi(t)); \quad \tilde{y}(t) = u(t) \sin(\omega t + \varphi(t))$$

дійсний та спряжений сигнали, відповідно, пов'язані між собою *перетвореннями Гілберта* [12]

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau = y(t) * \frac{1}{\pi t}.$$

За *характеристиками*, в залежності від області визначення та області можливих значень функції, розрізняють наступні види сигналів: неперервні (аналогові), неперервні за рівнем та дискретні за часом, дискретні (квантовані) за рівнем і неперервні за часом, дискретні (цифрові) [4].

Для теорії передачі сигналів важливим є те, що практично всі сигнали, зображення та всі адитивні завади можна розглядати як вектори у лінійному нормованому метричному просторі, для яких багато з властивостей звичайних векторів є вірними [7], [13], [14].

*Зображення* є двомірним сигналом та визначається як дійсна функція двох змінних  $L = L(x, y)$ , значеннями якої є інтенсивність (яскравість) зображення. В залежності від числа кольорів воно буває бінарним, монохромним та кольоровим [15]. Якщо зображення є неперервною функцією, то його перетворення до цифрової форми потребує цілочисельної дискретизації



та квантування, після чого воно може бути подано у вигляді матриці розміру  $M \times N$ , елементи якої називаються пікселями [17]:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L(1,1) & L(1,2) & \dots & L(1,N) \\ L(2,1) & L(2,2) & \dots & L(2,N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L(M,1) & L(M,2) & \dots & L(M,N) \end{pmatrix}.$$

Для полегшення аналізу зображення переходять до його векторного подання [17], [18]

$$\mathbf{s}(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=(j-1)N+1}^{j \cdot N} \mathbf{A}_{ij} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{B}_{i-(j-1)N}, \quad (1.1)$$

де матриця  $\mathbf{A}_{ij}$  розміру  $M \cdot N \times M$  та матриця-стовпець  $\mathbf{B}_{i-(j-1)N}$  розміру  $N \times 1$  мають вигляд

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}_i, \quad \mathbf{B}_{i-(j-1)N} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{i-(j-1)N}.$$

Обернена операція перетворення вектора  $\mathbf{s}(t)$  до матриці  $\mathbf{L}$  задається співвідношенням

$$\mathbf{L} = \sum_{j=1}^M \sum_{i=(j-1)N+1}^{j \cdot N} \mathbf{A}_{ij}^T \cdot \mathbf{s}(t) \cdot \mathbf{B}_{i-(j-1)N}^T, \quad (1.2)$$

де  $[\cdot]^T$  – операція транспонування. Формули (1.1) та (1.2) встановлюють зв'язок між матричним і векторним поданням двомірного масиву та дозволяють безпосередньо використовувати всі методи, розроблені для одномірних сигналів.

В процесі передачі зображення через канал зв'язку на нього впливають різні завади (мультиплікативні і адитивні), які ускладнюють візуальний та аналітичний аналіз.

*Мультиплікативна завада* має дві складові:  $k(t) = k_m(t) \cdot k_{\sigma}(t)$ , де  $k_m(t)$  характеризує повільні зміни за часом, а  $k_{\sigma}(t)$  – швидкі.

Класифікацію *адитивних завад* можна провести за наступними ознаками [5]: за законом розподілу (гауссовські та негауссовські); за видом кореляції (корельовані та некорельовані); за характером стаціонарності (стаціонарні та нестаціонарні); за механізмом виникнення (природні, індустриальні, системні, штучні).

Найбільш часто у якості моделі шумової складової використовують гауссовський, Релея, гамма, експоненціальний та рівномірний закони розподілу [5], [9], [15], [19], [20].

Значна частина найбільш характерних завад має *гауссівський* розподіл, а багато інших можуть бути зведені до нього. Причиною гауссівського шуму може бути шум в електронних ланцюгах та тепловий шум сенсорів внаслідок недосконалості освітлення або за наявності високої температури. Шум за законом розподілу *Релея* моделюється на знімках, відзнятих з великої відстані. *Гамма-шум* з'являється на знімках, отриманих за допомогою лазера. *Імпульсний шум* виникає при перехідних процесах та невірної комутації [19]. Для огинаючої імпульсних завад у якості моделі, зазвичай, використовують логарифмічний нормальний закон розподілу. Імпульсні завади мають флуктуаційну складову, тому при розгляді їх моделей доцільною є заміна на *квазіімпульсні перешкоди* [5]. Причиною *рівномірного шуму*, який може створювати небажані артефакти на зображенні такі, як похибкові контури навколо об'єктів або видалення низько контрастних деталей, є похибка квантування зображення [15].

Часто, в питанні виявлення сигналу в завадах, припускають, що завади є *флуктуаційними*. Швидка зміна за часом дозволяє замінити їх на так званий *білий шум* – процес зі сталим спектром. Білий шум корисною математичною ідеалізацією, яка застосовується у тих випадках, коли в межах амплітудно-частотної характеристики системи спектральну щільність дійсного шуму можна наближено вважати постійною.

### 1.3 Огляд методів покращення зображення за наявності адитивного шуму

Найбільш розповсюдженим методом покращення зображення за наявністю адитивного шуму є застосування фільтра, який забезпечує мінімум середньоквадратичної помилки. Для фільтрації (згладжування) зашумленого зображення існують різноманітні методи, використання яких залежить від обраної математичної моделі зображення та шуму. Більшість методів фільтрації використовують фільтруючий параметр, що залежить від потужності шуму  $\sigma^2$ . В дійсний час не достатньо просто згладити та отримати очищене зображення. Необхідно ще й відновити втрачену інформацію, тобто в отриманому зображенні потрібно зберегти чіткість і деталі, а шум – розмити [21], [22].

За принципом роботи методи обробки (фільтрацію) зображень можна поділити на наступні групи (рис. 1.2)

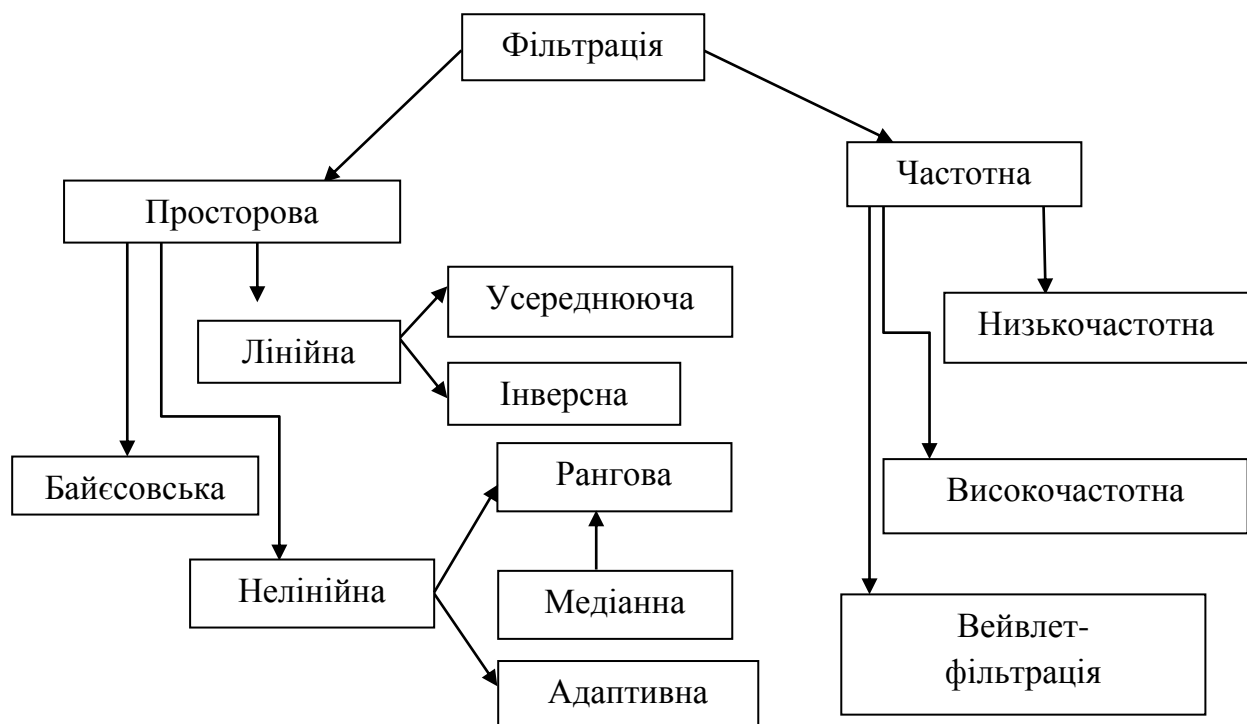


Рис.1.2 Класифікація методів фільтрації зображень.

У випадку коли на зображенні присутній тільки адитивний шум, то *просторова фільтрація* є найкращим методом відновлення зображення. Результатом роботи алгоритмів просторової фільтрації є значення, отримане

безпосередньою обробкою прийнятих зашумлених значень зображення, які потрапили до апертури фільтра та кількість яких суттєво менше загальної кількості значень зображення, яке обробляється.

Просторова фільтрація елементів зашумленого зображення  $Y_{ij}, i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}$  за допомогою фільтра розміру  $m \times n$  задається виразом

$$\tilde{L}_{ij} = \sum_{(k,p) \in S_{xy}} w_{kp} Y_{kp}, \quad k = \overline{1, m}; p = \overline{1, n},$$

де  $w_{kp}$  – коефіцієнти маски фільтра,  $S_{xy}$  – окіл, покритий маскою фільтра.

Загальним недоліком просторових методів є нездатність обробляти строки або стовпці зображення, які знаходяться на границях маски при наближенні її центра до границь зображення. Методи усунення цього недоліку запропоновані в роботах [15], [23]. Крім того, проблема боротьби з шумами не вирішується повністю застосуванням маскових фільтрів, оскільки вибір розміру маски залежить від наявності апріорної інформації про початкове зображення та характеристик шумової складової. Обмежена здатність до пригнічення шумів масковими фільтрами проявляється при значному рівні шуму на зображенні. В дійсний час відсутні методи двомірної фільтрації, в яких об'єднуються максимально припустима якість фільтрації та низькі вимоги до обчислювальних ресурсів, які реалізують обробку [23].

При використанні *лінійних* згладжуючих (усереднюючих) фільтрів обчислюють середні значення елементів по околу  $S_{xy}$  з тим, щоб за рахунок заміни вхідних значень по масці фільтра зменшити “різкі” переходи рівнів яскравості [23]. Основні види лінійних усереднюючих фільтрів та відповідні формули для обчислення ядра фільтра наведені в додатку А (таблиця 1).

Оскільки реальні зображення мають різноманітні перепади яскравості на границях, переходи від однієї текстури до іншої, то до недоліків лінійної згладжуючої фільтрації слід віднести те, що вони погіршують візуальну якість зображень. Крім того, при різкому погіршенні відношення сигнал/шум, при

можливих варіантах площадного зашумлення та наявності високо амплітудного імпульсного шуму, лінійні згладжуючі фільтри не дають результату та можуть розглядатися тільки як методи вторинної обробки зображень [15], [18], [19].

До лінійних відносяться також фільтри, які призначені для відновлення зображень спотворених оператором (передатною функцією)  $H$  та засновані на отриманні оцінки фур'є-перетворення неспотвореного зображення, так звані *інверсні фільтри* [15]. Їх основні види та формули для отримання оцінок фур'є-перетворення  $\bar{F}(u, v)$  неспотвореного зображення наведені в додатку А (таблиця 2). Всі вони мають низку недоліків.

З формули для інверсної фільтрації видно, що, навіть знаючи спотворюючу функцію, неможливо точно відновити зображення, оскільки функція  $N(u, v)$  є фур'є-перетворенням випадкової величини та невідома.

Іншою проблемою є те, що якщо  $H(u, v) \rightarrow 0$ , то  $\frac{N(u, v)}{H(u, v)} \rightarrow \infty$ , що часто реалізується на практиці. Засоби вирішення цих проблем розглянуті в [15]. Крім того, якщо спотворення оператором  $H$  відсутнє, тобто  $H(u, v) = 1$ , то виокремлення зображення з його суміші з адитивним шумом не відбувається.

У випадку *вінеровської фільтрації* необхідне знання спектральної потужності неспотвореного зображення, яка рідко відома. Засоби отримання необхідної інформації розглянуті в [19]. Якщо спотворення оператором  $H$  відсутнє, то вінеровська фільтрація реалізується тільки у випадку білого шуму та зводиться до простого множення зашумленого зображення на коефіцієнт [24].

На відміну від вінеровської фільтрації, *фільтрація методом мінімізації функціонала* зі зв'язком потребує тільки знання середнього значення та дисперсії шуму і дозволяє отримати оптимальний результат для кожного конкретного зображення, до якого застосовується. Але, так само як і у випадку вінеровської фільтрації, за відсутністю спотворюючого оператора  $H$ , зводиться до множення зображення на коефіцієнт та не дає результату при відновленні

зображення у випадку значної збільшенні потужності шуму. *Середньогометричний фільтр* є узагальненням вінеровської фільтрації. При  $\alpha = 1$  середньогометрична фільтрація зводиться до інверсної фільтрації, а при  $\alpha = 0$  та  $\beta = 1$  – до вінеровської [15].

Ідея *нелінійної* (або рангової) фільтрації полягає в тому, що для кожного положення маски будується та аналізується варіаційний ряд по відлікам, які потрапляють в окіл маски з тим, щоб обрати значення, яке знаходиться на певній позиції упорядкованої послідовності (тобто, яке має певний ранг). Існує багато процедур рангової обробки. Найбільш відомі нелінійні фільтри наведені в додатку А (таблиця 3). Очевидно, що медіанні та адаптивні фільтри містяться в цьому класі як частинний випадок [24].

*Медіанні* фільтри, порівняно з лінійними, мають наступні переваги: зберігають різкі перепади яскравості; ефективні при згладжуванні імпульсного шуму за умовою, що розмір апертури фільтра більше, принаймні вдвічі, ніж ширина імпульсу. В цьому випадку імпульси шуму, які достатньо віддалені один від іншого будуть повністю прибрані медіанними фільтрами [15]. Медіанні фільтри мають також і низку недоліків. Імпульси шуму розташовані близько один до іншого можуть зберігатися. Медіанна фільтрація є евристичним методом обробки, та її алгоритм не є математичним розв'язком строго сформульованої задачі. Тому, на відміну від лінійних фільтрів, неможливо відокремити вплив медіанних фільтрів на сигнал і шум. Крім того, вони менше пригнічують гауссівський шум та їх можна розглядати тільки як метод попередньої обробки зображень у випадку імпульсних перешкод [14], [19]. Найбільш повне дослідження медіанної фільтрації для обробки зображень наведено в збірнику [23].

Широко використовуються також *фільтри на основі рангових критеріїв*  $L$ -,  $M$ - і  $R$ -оцінки.  $L$ -оцінка потребує знання апіорної інформації про щільність розподілу зображення та шуму, яке у більшості випадків відсутнє. Використання  $R$ -оцінки, побудованої на основі рангового критерію Віллоксона, не є ефективним при згладжуванні гауссівського шуму. Фільтри на основі  $M$ -оцінок є

розв'язком задачі максимальної правдоподібності в ковзаю чому вікні та подібні по дії з медіанними та усереднюючими фільтрами [25].

Для збереження контурів та границь об'єктів на зображенні при фільтрації флуктуаційного шуму широко використовуються *адаптивні фільтри*. Для кожного положення маски по відомим апріорним статистикам використовується або перерахунок відліків маски фільтра, або відбір обробляємих в околі маски пікселів зображення, тобто змінення конфігурації околу, що дозволяє врахувати зміну статистичних особливостей зображення в середині околу фільтрації. Тому, незважаючи на використання лінійної обробки відліків в околі маски, процедура адаптивної фільтрації повністю є нелінійною [24]. Адаптивна фільтрація елементів зашумленого зображення  $Y_{ij}, i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}$  за допомогою фільтра розміру  $m \times n$  задається виразом

$$\tilde{L}_{ij} = Y_{i+k, j+p} - \frac{\sigma_w^2}{\sigma_L^2} \cdot \frac{1}{2} [Y_{i+k, j+p} - m_L], \quad k = \overline{1, m}; p = \overline{1, n},$$

де  $\sigma_w$  – дисперсія шуму,  $\sigma_L$  – локальна дисперсія, яка обчислена в околі маски фільтра,  $m_L$  – локальне середнє, яке обчислене в околі маски фільтра [25].

Адаптивний локальний фільтр дає зменшення шуму, порівняне зі зменшенням шуму при роботі середньоарифметичного або середньгеометричного фільтрів, але є більш різким. Адаптивний медіанний фільтр допомагає впоратись тільки з імпульсним шумом більшої щільності, ніж при простій медіанній фільтрації та намагається “зберегти” деталі в області, спотвореній імпульсним шумом [15]. Найкращій адаптивний локальний фільтр був запропонований А. Буадесом в роботі [21]. Крім того, відомі також методи адаптивного квантування мод та локальної поліноміальної апроксимації, а також  $\alpha$ - урізаний (або фільтр Лі) та  $\sigma$ -фільтри. Фільтр Лі виконує згладжування тільки тоді, коли сигнал слабо відрізняється від шуму, та залишає значення яскравості незмінними, коли присутній сильний сигнал. Основним недоліком цього фільтра є те, що в околах контурів, границь об'єктів та інших деталей зображення шум не прибирається [20], [25].

Застосування *байєсовського* принципу фільтрації дозволяє, принаймні теоретично, створювати як лінійні, так і нелінійні алгоритми фільтрації. Крім того, цей принцип дозволяє з'ясувати, за яких умов лінійні процедури фільтрації приводять до найвищої якості обробки і, отже, є оптимальними [19]. В основі байєсовського метода лежить формула Байєса, згідно якої апостеріорний розподіл має вигляд

$$w(L/Y) = w(L) w(Y/L) / w(Y), \quad (1.3)$$

де  $L$  – початкове не зашумлене зображення,  $Y$  – отримана реалізація на вході фільтра,  $w(Y/L)$  – функція правдоподібності. Крім того, зображення та шум – випадкові незалежні процеси з відомими законами розподілу ймовірностей. Для отримання точного, а не ймовірнісного значення оцінки зображення  $\tilde{L}$ , обчислюється математичне сподівання або мода апостеріорного розподілу ймовірностей  $w(L/Y)$ . Ці засоби отримання результатів фільтрації відповідають різним змістовим вимогам до отриманих результатів [26], [27]. Оперувати величинами, які містяться в (1.3) практично неможливо внаслідок величезної розмірності  $L$  та  $Y$ . Різні підходи розглянуті в [28]. Деякі результати отримані на основі використання марковських моделей зображень та перешкод [29], [30]. Але, на жаль, універсальних ефективних методів двомірної байєсовської обробки зображень, заснованих на використанні всіх даних  $Y$ , в дійсний час не знайдено [19].

Результатом роботи алгоритмів *частотної фільтрації* є дискретний сигнал, який визначається дискретним фур'є-перетворенням коефіцієнтів, отриманих в результаті обробки коефіцієнтів прямого дискретного фур'є-перетворення всього вхідного зашумленого зображення [15], [19], [31], [32], [33], [34]. Відновлення змазаних зображень важко піддається рішенню в просторовій області з використанням масок малого розміру. В цьому випадку частотна обробка є найбільш універсальним і розповсюдженим методом покращення якості зображень. При цьому враховується і наявність шуму. До частотних фільтрів відносяться низькочастотні та високочастотні фільтри.



*Низькочастотні фільтри* послаблюють високі частоти, минаючи низькі. За такої фільтрації можна очікувати, що оброблене зображення, порівняно з початковим зображенням, буде містити менше різких деталей. *Високочастотний фільтр* має протилежну дію. Після використання високочастотної фільтрації на зображенні зменшуються зміни яскравості в межах великих гладких областей та виділяються контури, тобто зображення стає більш різким [15]. Основні види частотних фільтрів наведені в додатку А (таблиця 4). Процес обробки на основі апарата Фур'є-перетворення є достатньо трудомістким, та обробка в дійсному часі досягається за рахунок використання порівняно потужних обчислювальних засобів, навіть при використанні швидкого перетворення Фур'є. Слід також зазначити, що спектральним методам обробки притаманні систематичні похибки, пов'язані з процедурою переходу до частотної області [32]. Крім того, якщо потужність шуму перевищує потужність сигналу, то фільтрація не відбувається, а послідовно виконується ряд перетворень Фур'є, які не впливають на спектр сигналу [35].

Різновидом спектрального аналізу є *вейвлет-аналіз*. Процедура згладжування шуму полягає в тому, що коефіцієнти деталей піддаються пороговому обмеженню з метою відокремлення високочастотної шумової складової від початкового неспотвореного зображення [15]. Алгоритми вейвлет-фільтрації використовуються, як правило, для фільтрації однорідного шуму невеликого рівня [31]. До недоліків можна віднести достатньо складний математичний апарат. Змінення типу материнського вейвлета дає інший результат обробки зображення, тобто потребується апріорна інформація про зображення. Як наслідок, для кожного зображення необхідно підбирати свій материнський вейвлет [31].

#### **1.4 Оцінка якості зображення за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки**

Оцінка ефективності обробки зображень, тобто їх якості, є актуальною задачею, яка в дійсний час ще не вирішена [15], [19], [36], [38]. Якість такого складного об'єкту як зображення є дуже важливим, але й одночасно нечітким

поняттям. Воно оцінюється різними засобами та в зв'язку з різними задачами. Критерії оцінки якості базуються або на візуальному сприйнятті та є суб'єктивними [39], або на мірі близькості двох зображень: початкового та перетвореного.

Головним недоліком суб'єктивних критеріїв є неможливість вирішувати задачі оптимізації систем обробки зображень в просторі параметрів, що неперервно змінюються. Тут можливий тільки перебір варіантів, та й той не дуже великий. Необхідно, щоб критерій мав просту аналітичну форму та просто обчислювався по наданих зображеннях. Проблема полягає в тому, що ті критерії якості, які використовуються для аналізу одномірних сигналів (середньоквадратична помилка, відношення сигнал/шум), не завжди дають гарний результат для зображення, оскільки необхідно враховувати ряд особливостей зорового сприйняття людини. Існує багато прикладів зображень, для яких кількісно якість оцінюється як висока, а суб'єктивно – як низька, та навпаки [15].

Критерієм оцінки якості зображення, в залежності від постановки задачі, яка вирішується, може бути значення середньоквадратичної помилки або, нормованої середньоквадратичної помилки між згладженим зображенням  $\tilde{L}$  та його реальною моделлю  $L$  [39]:

$$\varepsilon_{скп} = \frac{\sum_i \sum_j (L_{ij} - \tilde{L}_{ij})^2}{M \cdot N}; \quad \varepsilon_{нскп} = \frac{\sum_i \sum_j (L_{ij} - \tilde{L}_{ij})^2}{\sum_i \sum_j L_{ij}^2}; \quad i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}, \quad (1.4)$$

та оцінки відношення сигнал/шум і пікового відношення сигнал/шум, подані в децибелах

$$SNR = 10 \lg \left( \frac{\sum_i \sum_j L_{ij}^2}{\sum_i \sum_j (L_{ij} - \tilde{L}_{ij})^2} \right), \quad PSNR = 10 \lg \left( \frac{\max(L)}{\sigma_{ош}} \right)^2.$$

Але ці критерії некоректно відображають структурні спотворення при кодуванні (зтисканні) зображення, а також погано корелюють з візуальною

оцінкою якості [36]. Значення середньоквадратичної помилки  $\varepsilon_{скп}$  можна обчислити тільки в тому випадку, коли спотворене зображення є відомими. Ця оцінка використовується, як правило, для дослідження ефективності обробки на підставі відомого набору тестових зображень. При її використанні багато задач аналізу та оптимізації алгоритмів обробки зображень легко розв'язуються аналітично. Очевидно, що ціллю отримання якісного зображення в цьому випадку є зведення до мінімуму середньоквадратичної помилки. Вважається, що для якісно обробленого зображення значення  $\varepsilon_{скп}$  не перевищує 60 [21].

Критерій максимальної помилки (рівномірного наближення) використовується в тих випадках, коли висувається вимога високої точності надання не зображення в цілому, а кожного значення пікселю [15], [19]. Цей критерій необхідно застосовувати для обробки цінних, унікальних зображень.

Найкращій засіб протестувати ефективність методу обробки стандартного цифрового зображення – це додати гауссів шум з нульовим середнім. За оцінками різних авторів, використання гауссовської моделі шумової складової, порівняно з іншими законами розподілу, є більш складним випадком виокремлення корисного сигналу [15], [19].

Для дослідження ефективності обробки зображення (при різних значеннях  $SNR$ ) розглянутими раніше методами у якості тестових, обрані середньоарифметичний фільтр, фільтр Вінера, медіанний фільтр, адаптивний локальний фільтр, усіченого середнього та високочастотний фільтр Баттерворта 2-го порядку. Візуальна оцінка якості отриманого обробленого зображення розглянутими фільтрами вказує на їх неефективність при збільшенні рівня потужності шуму та повну відсутність результату у випадку, коли рівень потужності шуму перевищує рівень потужності корисного сигналу (рис. 1.3, 1.4, 1.5, 1.6).



а)



б)



в)



г)



д)



е)



ж)



з)

Рис.1.3 (а) Початкове зображення розміру  $600 \times 599$  пікселів. (б) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR=20$  дБ. Результати обробки зображення: (в) середньоарифметичним фільтром, (г) фільтром Вінера, (д) медіанним фільтром, (е) адаптивним локальним фільтром, (ж) усіченим середнім фільтром та (з) високочастотним фільтром Баттерворда.

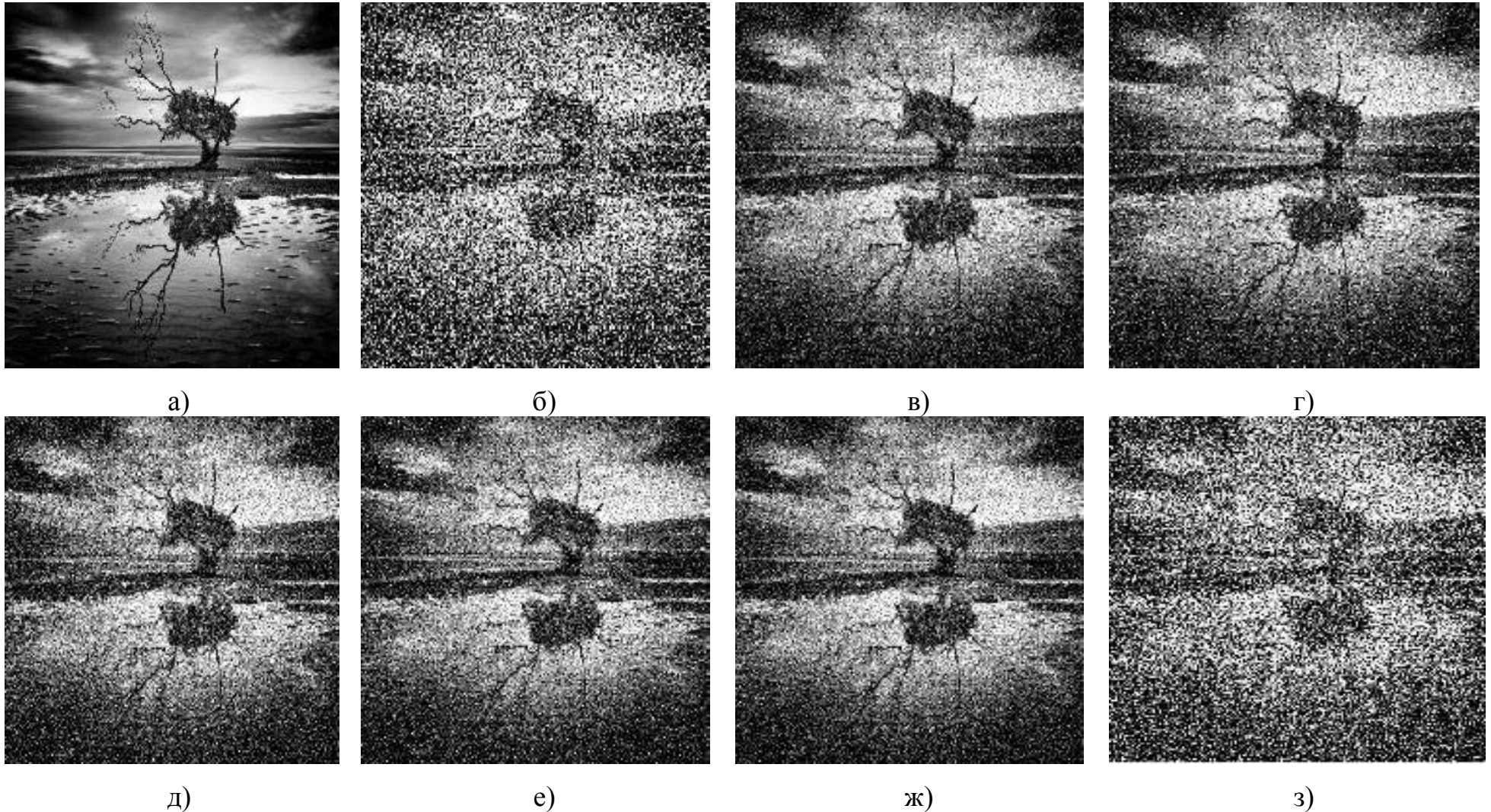


Рис.1.4 (а) Початкове зображення розміру  $600 \times 599$  пікселів. (б) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR=5$  дБ. Результати обробки зображення: (в) середньоарифметичним фільтром, (г) фільтром Вінера, (д) медіанним фільтром, (е) адаптивним локальним фільтром, (ж) усіченим середнім фільтром та (з) високочастотним фільтром Баттерворда.

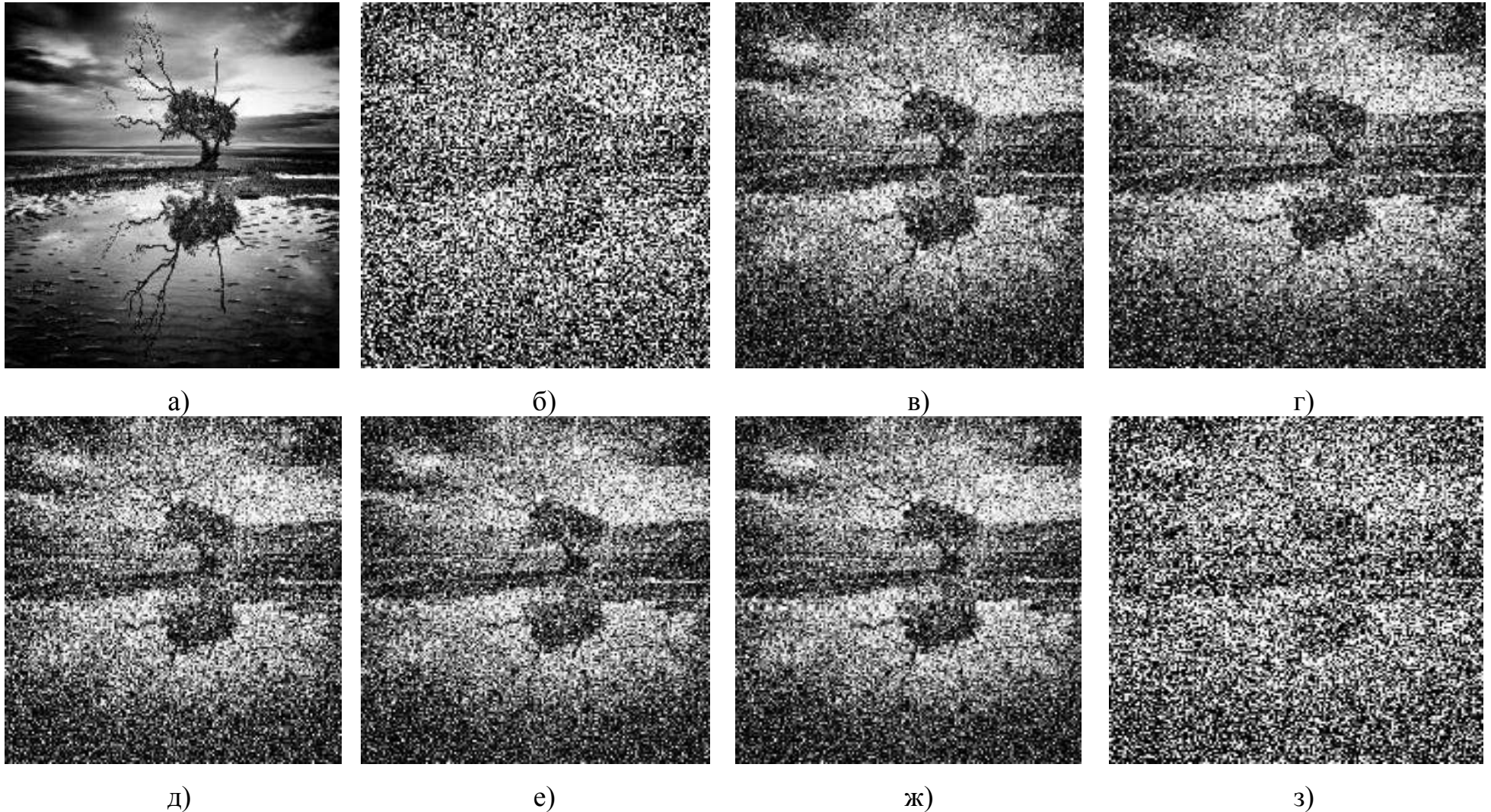


Рис.1.5 (а) Початкове зображення розміру  $600 \times 599$  пікселів. (б) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $\text{SNR}=0$  дБ. Результати обробки зображення: (в) середньоарифметичним фільтром, (г) фільтром Вінера, (д) медіанним фільтром, (е) адаптивним локальним фільтром, (ж) усіченим середнім фільтром та (з) високочастотним фільтром Баттерворда.

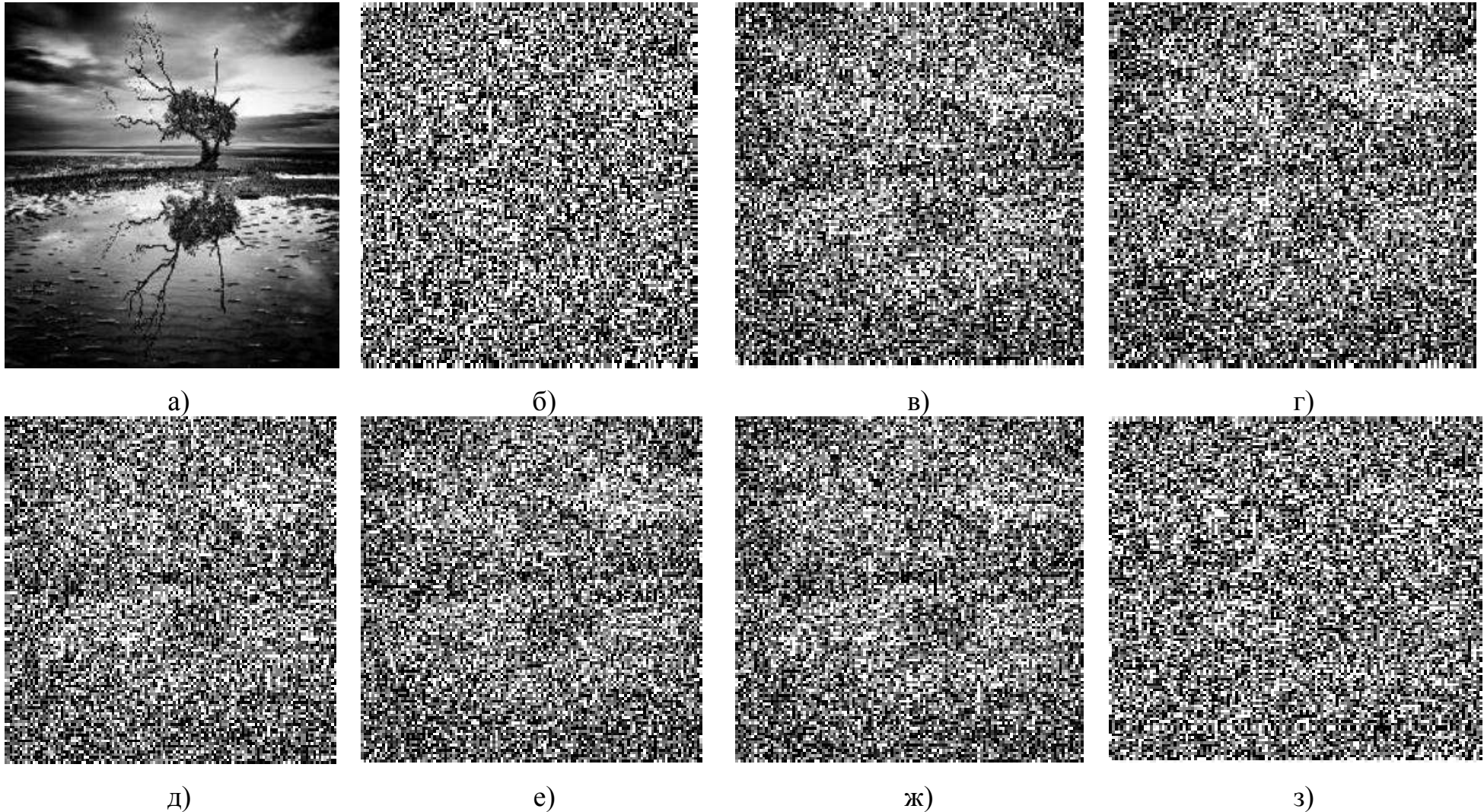


Рис.1.6 (а) Початкове зображення розміру  $600 \times 599$  пікселів. (б) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR = -10$  дБ. Результати обробки зображення: (в) середньоарифметичним фільтром, (г) фільтром Вінера, (д) медіанним фільтром, (е) адаптивним локальним фільтром, (ж) усіченим середнім фільтром та (з) високочастотним фільтром Баттерворда.

В проведеному тестовому випробуванні (лістинг програми 1 додаток Б) оцінка критерію якості за допомогою значення середньоквадратичної помилки  $\varepsilon_{скп}$  за формулою (1.4) дала наступний результат:

	SNR=20 дБ	SNR=5 дБ	SNR=0 дБ	SNR=-10 дБ
середньоарифметичний фільтр	49,61	96,33	103,46	109,91
фільтр Вінера	46,39	97,95	104,53	110,29
медіанний фільтр	54,76	99,55	105,54	110,95
адаптивний локальний фільтр	48,19	97,47	104,19	110,16
фільтр усіченого середнього	50,93	97,39	104,07	110,16
високочастотний фільтр Баттерворта	77,46	106,70	109,57	112,04

Отримані значення середньоквадратичної помилки  $\varepsilon_{скп}$  та візуальна оцінка якості відновлених зображень, підтверджує той факт, що для якісно обробленого зображення значення  $\varepsilon_{скп}$  не повинно перевищувати 60.

Проаналізувавши методи двомірної фільтрації зображень за наявності адитивного шуму, які існують, приходимо до наступної математичної формалізації процесу відновлення зображення [40].

Математична модель прийнятої реалізації зображення  $Y(x, y)$  має вигляд

$$Y(x, y) = L(x, y) + N(x, y),$$

де  $L(x, y)$  – початкове (не зашумлене) зображення;  $N(x, y)$  – адитивний шум.

Нехай  $G^2$  – гільбертів простір зображень, які є двомірними сигналами. Тоді, процес відновлення зображення можна розглядати як дію оператора  $F: G^2 \rightarrow G^2$ , якій кожній прийнятій реалізації зображення  $Y(x, y) \in G^2$  ставить у відповідність оцінку (отфільтроване зображення)  $\tilde{L}(x, y) \in G^2$  початкового зображення  $L(x, y)$



$$F[(Y(x, y))] = \tilde{L}(x, y).$$

Існуючи методи просторової фільтрації такі, як усереднююча, інверсна, рангова, медіанна, адаптивна та байєсовська фільтрації, розроблені для двомірного масиву та застосовні тільки у випадку, коли  $\|L(x, y)\|_{G^2} \geq \|N(x, y)\|_{G^2}$ , де  $\|\cdot\|_{G^2}$  – норма у гільбертовому просторі [40].

Якщо ж  $\|L(x, y)\|_{G^2} < \|N(x, y)\|_{G^2}$ , то вони не є ефективними, що наочно показують результати проведеного тестового випробування (рис. 1.6).

### 1.5 Постановка задачі дослідження

Сформулюємо цей процес інакше, використав формули зв'язку між матричним та векторним поданням двомірного масиву (1.1) і (1.2).

Тоді, перетворення початкового зображення  $L(x, y)$  до деякої функції часу  $s(t)$ , яка є корисним сигналом-носієм інформації, можна подати як дію оператора  $V: G^2 \rightarrow G^1$

$$s(t) = V[L(x, y)].$$

Внаслідок формули (1.1), оператор  $V: G^2 \rightarrow G^1$  є лінійним [42], оскільки виконуються властивості

1) адитивності

$$\forall L_1, L_2 \in G^2 \quad V[L_1 + L_2] = V[L_1] + V[L_2];$$

2) однорідності

$$\forall L(x, y) \in G^2, \forall \lambda \in \mathbb{C} \quad V[\lambda L] = \lambda V[L].$$

Крім того, він є взаємно-однозначним, оскільки  $\forall L_1, L_2 \in G^2$  таких, що  $L_1 \neq L_2$ ,  $V[L_1] \neq V[L_2]$ .

Внаслідок формули (1.2), цей оператор має лінійний обернений оператор  $V^{-1}: G^1 \rightarrow G^2$  такий, що

$$L(x, y) = V^{-1}[s(t)] = V^{-1}[V[L(x, y)]],$$

де  $L(x, y)$  – початкове (оригінальне) зображення.

Якщо ж в інформаційному каналі присутній зовнішній шум  $n(t)$ , природного або штучного походження, то спостерігається випадкова реалізація процесу  $y(t) \neq s(t)$  така, що  $y(t) = s(t) + n(t)$ .

В цьому випадку результат відновлення зображення буде відрізнятися від  $L(x, y)$  та дорівнювати деякій оцінці  $\tilde{L}(x, y)$ :

$$\tilde{L}(x, y) = V^{-1}[y(t)] = V^{-1}[s(t)] + V^{-1}[n(t)] = L(x, y) + N(x, y),$$

де  $N(x, y)$  – деяка випадкова маска, що породжується шумом  $n(t)$ . Ця процедура проілюстрована на рис. 1.7.

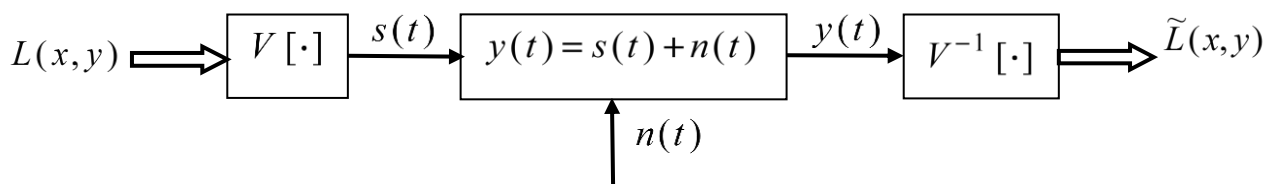


Рис. 1.7 Узагальнена схема відновлення зображення.

Зображення буде відновлено ідеально, якщо перетворення  $L(x, y)$  задовольняє умови

$$\begin{cases} V^{-1}[s(t)] = L(x, y) \\ V^{-1}[n(t)] = O(x, y) \end{cases},$$

де  $O(x, y)$  – нульова матриця.

Але ці умови несумісні та не можуть бути задовільнені одночасно. Очевидно, що необхідно ввести деяке попереднє перетворення  $P[(y(t))]$  над процесом, що спостерігається так, як вказано на рис. 1.8.

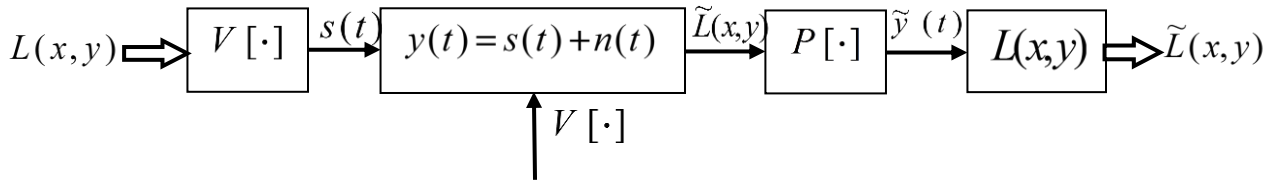


Рис. 1.8 Відновлення зображення з попереднім пригніченням адитивного шуму.

В цьому випадку, результат відновлення початкового зображення дорівнює

$$\tilde{L}(x, y) = V^{-1}\{P[y(t)]\}.$$

Сформулюємо наступну задачу: необхідно знайти оператор  $P: G^1 \rightarrow G^1$ , який ставить у відповідність прийнятому сигналу  $y(t) \in G^1$  оцінку  $\tilde{s}(t) \in G^1$  вхідного сигналу-носія зображення  $s(t)$

$$P[y(t)] = \tilde{s}(t), \quad (1.5)$$

та такий, що

$$\|\tilde{s}(t) - s(t)\|_{G^1} \rightarrow \min. \quad (1.6)$$

З умови (1.6) випливає, що цей оператор є неперервним [40], [43], тобто

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall y(t) \in G^1 \text{ з } \|y(t) - s(t)\|_{G^1} < \delta \Rightarrow \|P[y(t)] - P[s(t)]\|_{G^1} < \varepsilon,$$

або

$$\|\tilde{s}(t) - s(t)\|_{G^1} \rightarrow \varepsilon.$$

Отже, оператор  $P: G^1 \rightarrow G^1$  є обмеженим, тобто

$$\forall y(t) \in G^1 \exists M > 0: \|P[y(t)]\|_{G^1} \leq M \|y(t)\|_{G^1},$$

або

$$\frac{\|P[y(t)]\|_{G^1}}{\|y(t)\|_{G^1}} \leq M; \quad y(t) \neq 0. \quad (1.7)$$

Нерівність (1.7) означає, що множина таких дробів обмежена та, отже, має точну верхню грань.

Тому, доцільним є застосування поняття норми обмеженого оператора.

Нормою обмеженого оператора  $P:G^1 \rightarrow G^1$  є найменша з констант  $M$ , яка позначається через  $\|P\|$  та обчислюється за формулою

$$\|P\| = \sup_{\substack{y(t) \in G^1 \\ y(t) \neq 0}} \frac{\|P[y(t)]\|_{G^1}}{\|y(t)\|_{G^1}}.$$

З формул (1.5) і (1.6) випливає, що

$$\forall y(t) \in G^1 : \|P[y(t)]\|_{G^1} \leq \|P\| \cdot \|y(t)\|_{G^1}.$$

Будемо шукати лінійний обмежений оператор  $P:G^1 \rightarrow G^1$  у вигляді згортки прийнятого сигналу  $y(t)$  та імпульсної характеристики системи (вагової функції)  $h(t)$ :

$$P[y(t)] = y(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot h(t - \tau) d\tau, \quad (1.8)$$

де  $h(t)$  – зсунута на деяку кількість відліків та змінна за амплітудою дельта-функція Дірака.

Тоді, внаслідок лінійності операції інтегрування, оператор  $P:G^1 \rightarrow G^1$  буде лінійним. В випадку цифрової систем зв'язку

$$h(t) = \sum_{i=1}^m w(i\Delta t) \delta_n(t - i\Delta t),$$

де  $\Delta t$  – інтервал дискретизації;  $w(i\Delta t)$  – вагові коефіцієнти;  $\delta_n(t)$  – дельта-функція Дірака.

Тоді, інтеграл (1.8), з урахуванням парності дельта-функції та її фільтруючої властивості [8], прийме вигляд

$$\begin{aligned}
P[y(t)] &= \lim_{n \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot \sum_{i=1}^m w(i\Delta t) \delta_n((t-i\Delta t) - \tau) d\tau = \\
&= \sum_{i=1}^m w(i\Delta t) \lim_{n \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \delta_n(t-i\Delta t) d\tau = \sum_{i=1}^m w(i\Delta t) y(t-i\Delta t) = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{y}(t),
\end{aligned}$$

де  $\mathbf{y}(t) = \{y(t-i\Delta t)\}; i = \overline{1, m}$  – вектор-стовпець вхідних значень прийнятого сигналу  $y(t)$ ;  $\mathbf{w}^H = \{w_{ij}\}; i = \overline{1, m}$  – параметричний вектор-рядок комплексних вагових коефіцієнтів, які задовольняють умовам критерію оптимальності (1.6);  $(\cdot)^H$  – знак ермітового спряження (одночасного транспонування і комплексного спряження).

Враховуючи формулу (1.5) отримаємо

$$\mathbf{w}^H \cdot \mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{s}}(t), \quad (1.9)$$

де  $\tilde{\mathbf{s}}(t)$  – оцінка значень вхідного сигналу-носію зображення  $\mathbf{s}(t)$  (1.1), яка параметрично залежить від вагових коефіцієнтів  $\mathbf{w}^H = \{w_i\}; i = \overline{1, m}$ .

З означення норми у гільбертовому просторі та умови (1.6) випливає, що знаходження лінійного обмеженого оператора  $P: G^1 \rightarrow G^1$  зводиться до задачі визначення вагових коефіцієнтів  $\mathbf{w}^H$  за умовою (1.9), які мінімізують нормовану середньоквадратичну помилку

$$\varepsilon(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w} \in \Omega_{\mathbf{w}}} \frac{\|\tilde{\mathbf{s}}(t) - \mathbf{s}(t)\|_{G^1}^2}{\|\mathbf{s}(t)\|_{G^1}^2}, \quad (1.10)$$

де  $\Omega_{\mathbf{w}}$  – область припустимих значень вагових коефіцієнтів  $\mathbf{w}^H = \{w_i\}; i = \overline{1, m}$ .

## 1.6 Висновки

1. Аналіз існуючих методів просторової, частотної та вейвлет обробки зображень показав, що вони розроблені для двомірного масиву та, в умовах шумових завад довільної інтенсивності, застосовні тільки у випадку, коли рівень потужності сигналу зображення значно перевищує рівень потужності адитивного шуму.

2. Для відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності, доцільно перейти від двомірного подання сигналу зображення до одномірного сигналу-носію зображення. Тоді задачу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності можна буде вирішувати в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою із застосуванням відомих методів обробки та аналізу для одномірних сигналів та, у якості критерію якості відновлення сигналу зображення, обрати критерій мінімуму середньоквадратичної помилки.

## РОЗДІЛ 2. СИНТЕЗ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ПРИЙОМУ СИГНАЛІВ ЗОБРАЖЕНЬ В УМОВАХ АДИТИВНИХ ШУМОВИХ ЗАВАД

### 2.1 Особливості прийому сигналів зображень в інформаційній системі з антенною решіткою

Прийом сигналу за допомогою багатoelementних антенних решіток на протязі тривалого часу залишається одним з основних методів рішення складних задач виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів. Інформаційні системи з адаптивними решітками здатні без апріорної інформації про сигнально-завадову обстановку автоматично виявити наявність джерел завад та пригнітити їх сигнали, покращив тим самим прийом корисного сигналу [12].

Основними елементами адаптивної антенної решітки адаптивної антенної решітки є:

- *антенна решітка*, яка здійснює прийом корисного сигналу  $s(t)$ , спотвореного адитивним шумом  $n(t)$ , і складається з  $N$  елементів, розташованих так, щоб забезпечувалось формування необхідної діаграми напрямленості в заданій області простору;

- пристрій адаптивної обробки (*адаптивний процесор*), якій здійснює налаштування вагових коефіцієнтів  $w_i; i = \overline{1, N}$  в адаптивному лінійному суматорі;

- адаптивний лінійний суматор (діаграмоутворююча схема), яка є не рекурсивним фільтром зі змінними параметрами або, іншими словами, *адаптивним просторовим фільтром*.

В цьому випадку, призначення адаптивної антенної решітки – сформувати на виході сигнал  $\tilde{s}(t)$ , близький до сигналу-носія зображення  $s(t)$  так, щоб виконувалась умова (1.10).

Загальна схема обробки сигналу-носія зображення  $s(t)$  на фоні адитивного шуму  $n(t)$  в адаптивній антенній решітці надана на рис. 2.1.

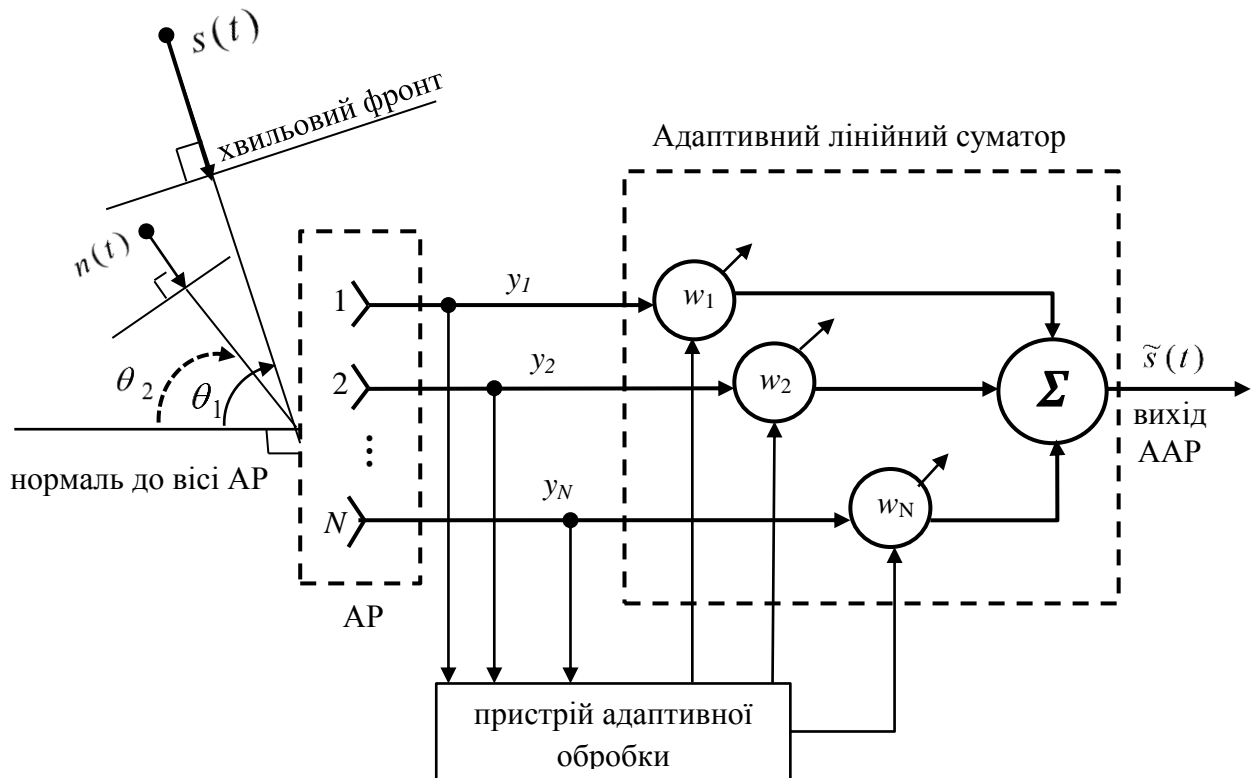


Рис. 2.1 Загальна схема обробки сигналу зображення в адаптивній антенній решітці.

Тут  $y_i; i = \overline{1, N}$  – сигнал, який приймається  $i$ -м елементом антенної решітки та є сумішшю сигналу зображення, адитивного шуму та внутрішнього шуму відповідного елемента антенної решітки;  $w_i$  – множина регульованих (адаптованих) вагових коефіцієнтів.

Для аналізу ефективності роботи інформаційних систем з адаптивною антенною решіткою розглянемо їх загальну аналітичну модель.

Нехай до входу антенної решітки, що складається з  $N$  елементів, в напрямках  $\theta_1$  і  $\theta_2$  (до того ж  $\theta_1 \neq \theta_2$ ), надходять сигнал зображення  $s(t)$  та адитивний шум  $n(t)$ .

Розглянемо процес формування вхідних сигналів  $y_i; i = \overline{1, N}$ , які надходять до адаптивного лінійного суматора.

Нехай антенна решітка складається з  $N$  елементів, розташованих на відстані  $d$  один від іншого так, як показано на рис. 2.2.



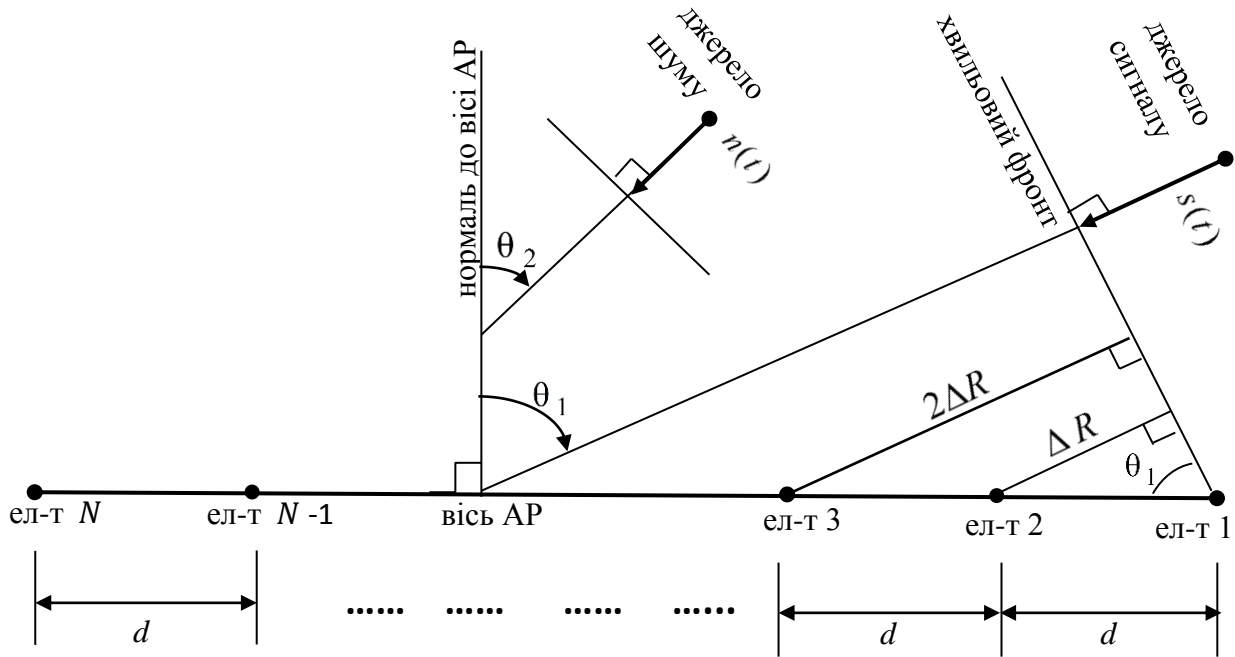


Рис. 2.2 Антенна решітка, що складається з  $N$  ненапрямлених елементів.

Припустимо, що джерело сигналу-носію зображення  $s(t)$  розташовано під кутом  $\theta_1$  відносно нормалі до вісі антенної решітки. З рисунка видно, що фронт плоскої хвилі надходить до елементів 2, 3, ...,  $N$  із затримкою за часом відносно елемента 1 рівною, відповідно

$$\begin{aligned} \Delta\tau &= \frac{\Delta R}{v} = \frac{d \sin \theta_1}{v}, \\ 2\Delta\tau &= \frac{2\Delta R}{v} = \frac{2d \sin \theta_1}{v}, \\ &\dots\dots\dots, \\ (N-1)\Delta\tau &= \frac{(N-1)\Delta R}{v} = \frac{(N-1)d \sin \theta_1}{v}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де  $v$  – швидкість сигналу, що випромінюється.

Аналітичною формою запису сигналу  $s(t)$  є

$$s(t) = \dot{u}(t) e^{j\omega_0 t},$$

де  $\dot{u}(t) = u(t)e^{j\varphi}$  – комплексна огибаюча;  $u(t)$  – стаціонарний ергодичний гауссівський процес з нульовим середнім та обмеженим спектром

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt \leq M, \quad M = \text{const}; \quad (2.2)$$

де  $\varphi$  – фаза сигналу;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – кутова частота;  $f_0$  – несуча частота [44].

Тоді, початковий сигнал  $s(t)$ , якій надходить до елементів 2, 3, ...,  $N$  антенної решітки з затримкою за часом  $\Delta\tau, 2\Delta\tau, \dots, (N-1)\Delta\tau$  відповідно, буде прийнятий у вигляді

$$s(t - k\Delta\tau) = u(t - k\Delta\tau)e^{j\varphi} e^{j\omega_0(t - k\Delta\tau)} = u(t - k\Delta\tau)e^{j\varphi} e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega_0 k\Delta\tau}, \quad (2.3)$$

де  $k = \overline{1, (N-1)}$ .

Розкладемо процес  $u(t - k\Delta\tau)$  до ряду Тейлора по степенях  $k\Delta\tau$

$$\begin{aligned} u(t - k\Delta\tau) &= u(t) - \frac{u'(t)}{1!} k\Delta\tau + \frac{u''(t)}{2!} (k\Delta\tau)^2 + \dots + (-1)^n \frac{u^{(n)}(t)}{n!} (k\Delta\tau)^n + \dots = \\ &= u(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u^{(n)}(t)}{n!} (k\Delta\tau)^n. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ряд в (2.4) знакозмінний функціональний ряд та, у випадку збіжності при будь-яких значеннях аргументу, його сума не буде більше за абсолютну величину першого члена.

Виразимо похідні  $u^{(n)}(t)$  через відношення скінчених різниць [45, с. 244], де приріст  $\Delta t = 1/\Delta F$  будемо розглядати як скільки завгодно малий інтервал дискретизації сигналу ( $\Delta F$  – ширина спектру). Тоді,

$$u'(t) = \frac{\Delta^1(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t} + o(\Delta t),$$

$$\begin{aligned}
u''(t) &= \frac{\Delta^2(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \frac{u'(t + \Delta t) - u'(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \\
&= \frac{u(t + 2\Delta t) - u(t + \Delta t) - u(t + \Delta t) + u(t)}{(\Delta t)^2} + o(\Delta t) = \\
&= \frac{u(t + 2\Delta t) - 2u(t + \Delta t) + u(t)}{(\Delta t)^2} + o(\Delta t), \\
u'''(t) &= \frac{\Delta^3(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \frac{u''(t + \Delta t) - u''(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \\
&= \frac{u(t + 3\Delta t) - 3u(t + 2\Delta t) + 3u(t + \Delta t) - u(t)}{(\Delta t)^3} + o(\Delta t),
\end{aligned}$$

і так далі. Очевидно, що

$$u^{(n)}(t) = \frac{\Delta^n(t)}{\Delta t} + o(\Delta t) = \frac{\left( \sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^m u(t + (n-m)\Delta t) \right)}{(\Delta t)^n} + o(\Delta t).$$

Тоді, ряд (2.4) прийме вигляд

$$\begin{aligned}
&u(t - k\Delta\tau) = \\
&= u(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^m u(t + (n-m)\Delta t)}{n!} \left( \frac{k\Delta\tau}{\Delta t} \right)^n + o(\Delta t). \quad (2.5)
\end{aligned}$$

Враховуючи, що  $v = \lambda_0 f_0$ , де  $\lambda_0$  – довжина хвилі, що відповідає частоті  $f_0$ , з (2.1) отримаємо

$$k\Delta\tau = \frac{kd \sin \theta_1}{v} = \frac{kd}{\lambda_0 f_0} \sin \theta_1.$$

Тоді, ряд (2.5) буде мати вигляд

$$u(t - k\Delta\tau) = u(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^m u(t + (n-m)\Delta t)}{n!} \left( \frac{kd}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta F}{f_0} \sin \theta_1 \right)^n + o(\Delta t). \quad (2.6)$$

де  $\Delta\tau$  – час вимірювання сигналу ( $\Delta\tau < \Delta t$ ). Для вузькосмугового сигналу  $f_0 \gg \Delta F$ , отже  $\frac{\Delta F}{f_0} \ll 1$ . Крім того,  $\frac{kd}{\lambda_0} < 1; 0 \leq \sin \alpha \leq 1; \alpha \in [0; \pi]$ . Тоді,

$$\left( \frac{kd}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta F}{f_0} \sin \theta_1 \right)^n \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty. \text{ Оскільки}$$

$$\sum_{m=0}^n C_n^m = 2^n,$$

то внаслідок обмеженості процесу  $u(t)$  для  $\forall t \geq 0$  (2.2), стає очевидним, що

$$\left| \frac{\sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^m u(t + (n-m)\Delta t)}{n!} \right| \leq \frac{M \cdot 2^n}{n!} \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Тоді, за ознакою Лейбніца, відповідні числові ряди в (2.6) є збіжними при  $\forall t \geq 0$  і, отже функціональний ряд є збіжним та його сума  $S$  не перевищує абсолютної величини першого члена ряду, тобто

$$S \leq 2M \cdot \frac{kd}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta F}{f_0} \sin \theta_1.$$

Тоді, ряд в (2.6) можна оцінити виразом

$$u(t - k\Delta\tau) \leq u(t) + 2M \cdot \frac{kd}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta F}{f_0} \sin \theta_1,$$

де  $2M \cdot \frac{kd}{\lambda_0} \sin \theta_1 \leq 1; \frac{\Delta F}{f_0} \ll 1$ . Отже, можна вважати, що

$$u(t - k\Delta\tau) \leq u(t) + o\left(\frac{\Delta F}{f_0}\right),$$

або 
$$u(t - k\Delta\tau) \approx u(t). \quad (2.7)$$

Підставивши отриманий результат (2.7) в (2.3)

$$s(t - k\Delta\tau) \approx u(t) e^{j\varphi} e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega_0 k\Delta\tau},$$

приходимо до висновку, що для вузькосмугового сигналу  $s(t)$  час затримки  $\Delta\tau$  приводить до фазового зсуву

$$\varphi(\theta_1) = \omega_0 \Delta\tau = 2\pi f_0 \cdot \frac{d}{\lambda_0 f_0} \sin\theta_1 = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sin\theta_1. \quad (2.8)$$

Аналогічно, фазовий зсув для джерела шуму  $n(t)$ , розташованого під кутом  $\theta_2 \neq \theta_1$  відносно нормалі до вісі антенної решітки дорівнює

$$\varphi(\theta_2) = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sin\theta_2.$$

Отже, якщо елементи антенної решітки ідентичні, то сигнали на виході з кожного елемента відрізняються тільки фазовими зсувами відносно сигналу на виході з першого елемента. Тоді, вектор-стовпець сигналу-носія зображення можна записати у вигляді

$$\mathbf{s}(t) = \begin{pmatrix} s(t) \\ s(t) e^{-j\varphi(\theta_1)} \\ \vdots \\ s(t) e^{-(N-1)j\varphi(\theta_1)} \end{pmatrix}$$

або

$$\mathbf{s}(t) = s(t) \mathbf{v}(\theta_1),$$

де  $\mathbf{v}(\theta_1)$  – вектор-стовпець амплітудно-фазового розподілу корисного сигналу  $s(t)$  по розкритву  $N$ -мірної решітки, який залежить від зсуву фаз  $\varphi(\theta_1)$ , визначеного за формулою (2.8) та рівного

$$\mathbf{v}(\theta_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi(\theta_1)} \\ \vdots \\ e^{-(N-1)j\varphi(\theta_1)} \end{pmatrix}.$$

Аналогічно, вектор-стовпець адитивного шуму від довільного джерела можна подати наступним чином

$$\mathbf{n}(t) = n(t) \mathbf{v}(\theta_2),$$

$$\mathbf{v}(\theta_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi(\theta_2)} \\ \vdots \\ e^{-(N-1)j\varphi(\theta_2)} \end{pmatrix}.$$

Тоді, в загальному випадку, за наявності  $M$ -джерел корисної інформації  $s_m(t); m = \overline{1, M}$  і  $K$ -джерел перешкод  $n_k(t); k = \overline{M+1, M+K}$ , векторний процес на вході антенної решітки можна подати у вигляді суми

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{v}(\theta_m) + \sum_{k=M+1}^{M+K} n_k(t) \mathbf{v}(\theta_k) + \mathbf{n}_0(t) \quad (2.9)$$

або

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) + \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k(t) + \mathbf{n}_0(t), \quad (2.10)$$

де  $\mathbf{n}_0(t) = \{n_{n1}(t)\}; n = \overline{1, N}$  – вектор-стовпець внутрішніх шумів каналів прийому антенної решітки.

Таким чином, (2.10) є математичною моделлю вузькосмугового сигналу, якій формується на вході елементів антенної решітки в просторово-часовому змісті.

## 2.2 Кореляційна матриця спостережень та її властивості

Векторний процес (2.10), сформований елементами антенної решітки надалі піддається обробці. Найбільше розповсюдження отримала лінійна

обробка, яка полягає в підсумовуванні прийнятих сигналів з ваговими коефіцієнтами.

Вагові коефіцієнти (1.9), необхідні для адаптивної просторової фільтрації, можуть бути сформовані за певними алгоритмами, обрання яких визначається наступними критеріями ефективності [46], [47]:

- середньоквадратична помилка між вхідним та вихідним сигналами з антенної решітки;

- відношення сигнал/ шум на виході антенної решітки ;

- функція правдоподібності;

- дисперсія шуму.

Вибір необхідного критерію ефективності визначається кількістю інформації про корисний сигнал, що приймається:

- якщо відомий напрямок надходження корисного сигналу, то обирається критерій максимуму відношення сигнал/шум;

- якщо відома структура корисного сигналу, але невідомий напрямок його надходження, то обирається критерій мінімуму середньоквадратичної помилки між вхідним та вихідним сигналами;

- якщо ж невідомою є інформація про структуру та напрямок надходження корисного сигналу, то обирається або критерій мінімуму дисперсії шуму, або критерій функції правдоподібності.

Незалежно від обраного критерію ефективності, для визначення вагових коефіцієнтів необхідно знайти інверсію кореляційної матриці вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$ . Ця матриця є відображенням сигнально-завадової обстановки в адаптивній антенній решітці і визначає всі її основні характеристики [48], [49].

Розглянемо кореляційну матрицю вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$ . Будемо вважати, що векторні процеси  $\mathbf{s}_m(t)$ ,  $\mathbf{n}_k(t)$  і  $\mathbf{n}_0(t)$  статистично незалежні, тобто сигнали зображень  $s_m(t); m = \overline{1, M}$ , різні адитивні шуми

$n_k(t); k = \overline{M+1, M+K}$  та внутрішні шуми елементів антенної решітки  $n_{n1}(t); n = \overline{1, N}$  не корельовані між собою.

Точна кореляційна матриця вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$  визначається як статистичний момент другого порядку

$$\mathbf{R} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t) dt, \quad (2.11)$$

де  $T$  – інтервал спостереження.

Її апроксимацією є матриця порядку  $N$ , який дорівнює кількості елементів антенної решітки та має наступний вигляд

$$\mathbf{R} = M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H] = \begin{pmatrix} \sigma^2(y_1) & M[y_1 y_2^*] & \dots & M[y_1 y_N^*] \\ M[y_2 y_1^*] & \sigma^2(y_2) & \dots & M[y_2 y_N^*] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M[y_N y_1^*] & M[y_N y_2^*] & \dots & \sigma^2(y_N) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

де  $(\cdot)^*$  – знак комплексного спряження;  $M[\cdot]$  – операція усереднення по ансамблю реалізацій.

Кореляційна матриця  $\mathbf{R}$  вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$  має ряд властивостей [50], [51], а саме:

1. Кореляційна матриця є ермітовою, тобто

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^H.$$

2. Обернена кореляційна матриця також є ермітовою

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{-H}.$$

3. Кореляційна матриця є додатно-визначеною, тобто для будь-якого ненульового комплексного вектора  $\mathbf{z} \in C^n$

$$\mathbf{z}^H \mathbf{R} \mathbf{z} \geq 0$$

і, отже, всі її власні значення дійсні невід'ємні числа.



На практиці, навіть за відсутністю зовнішніх перешкод в антенній решітці завжди присутні внутрішні шуми елементів, тому матриця  $\mathbf{R}$  є додатно-визначеною, тобто  $\mathbf{z}^H \mathbf{R} \mathbf{z} > 0$ , крім рідкісних випадків, коли сигнали, присутні в (2.10) лінійно-залежні [52]. Додатна визначеність означає, що матриця  $\mathbf{R}$  є невинродженою та всі її власні значення дійсні додатні числа.

Однією з важливих властивостей додатно-визначеної кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  є те, що за допомогою її власних значень  $\lambda_i$  та відповідних до них власних векторів  $\mathbf{q}_i$  її можна перетворювати до векторів, колінеарних до власних векторів, тобто

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{q}_i = \lambda_i \cdot \mathbf{q}_i; \quad i = \overline{1, N},$$

де  $\mathbf{q}_i \neq 0$  – власний вектор, відповідний до власного значення  $\lambda_i$ .

Кореляційна матриця  $\mathbf{R}$  має  $N$  власних значень, не обов'язково різних, множина яких  $\{\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_N\}$  називається спектром матриці. Власні значення  $\lambda_i$  та власні вектори  $\mathbf{q}_i$  кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  стаціонарного стохастичного процесу мають ряд властивостей [51], а саме:

1. Якщо  $\lambda_i$  власні значення кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ , то  $\forall k \in \mathbb{N}$  власні значення кореляційної матриці  $\mathbf{R}^k$  дорівнюють  $\lambda_i^k$ .

2. Ненульові власні вектори  $\mathbf{q}_i$  кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ , відповідні до різних власних значень лінійно-незалежні та ортогональні між собою.

3. Додатно-визначену кореляційну матрицю  $\mathbf{R}$  можна звести до діагональної, якщо всі її власні значення  $\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_N$  різні, а саме

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{R} \mathbf{Q} = \mathbf{D},$$

де  $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}_1^{(i)}, \mathbf{q}_1^{(i)}, \dots, \mathbf{q}_N^{(i)}); \quad i = \overline{1, N}$  – матриця ортонормованих власних векторів, а  $\mathbf{D} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ .

4. Сума власних значень кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  дорівнює сліду цієї матриці

$$\lambda_1 + \lambda_1 + \dots + \lambda_N = \text{tr} \mathbf{R}.$$

5. Добуток власних значень кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  дорівнює визначнику цієї матриці

$$\lambda_1 \cdot \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_N = \det \mathbf{R}.$$

Розглянуті властивості кореляційної матриці, її власних значень та власних векторів використовуються при аналізі адаптивної обробки сигналів.

Розглянемо більш детально кореляційну матрицю  $\mathbf{R}$ , створену зі вхідного векторного процесу (2.10). Використавши властивості моментів [9], [10] отримаємо

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H] = \\ &= M \left[ \left( \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) + \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k(t) + \mathbf{n}_0(t) \right) \cdot \left( \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) + \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k(t) + \mathbf{n}_0(t) \right)^H \right] = \\ &= M \left[ \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m^H(t) \right] + M \left[ \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k(t) \cdot \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k^H(t) \right] + M[\mathbf{n}_0(t) \cdot \mathbf{n}_0^H(t)]. \end{aligned}$$

Розглянемо окремо кожен з кореляційних моментів, які містяться в останньому виразі. Оскільки сигнали зображень, які надходять від незалежних джерел, корельовані між собою, то

$$\begin{aligned} M \left[ \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m^H(t) \right] &= M \left[ \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^M \mathbf{v}(\theta_m) \cdot s_m(t) \cdot s_i(t) \cdot \mathbf{v}^H(\theta_i) \right] = \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{v}(\theta_1) \\ \mathbf{v}(\theta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{v}(\theta_M) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} M[s_1^2] & M[s_1 s_2] & \dots & M[s_1 s_M] \\ M[s_2 s_1] & M[s_2^2] & \dots & M[s_2 s_M] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M[s_M s_1] & M[s_M s_2] & \dots & M[s_M^2] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}^H(\theta_1) \\ \mathbf{v}^H(\theta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{v}^H(\theta_M) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Якщо позначити вектор-рядок фазових зсувів сигналів через  $\mathbf{V}_s$ , якій, за суттю, є прямокутною матрицею розміру  $N \times M$ , оскільки об'єднують вектор-стовпці  $\mathbf{v}(\theta_m); m = \overline{1, M}$ , а матрицю моментів сигналів зображень через  $\mathbf{P}_s$ , то можемо записати, що

$$\mathbf{M} \left[ \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(t) \cdot \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m^H(t) \right] = \mathbf{V}_s \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s^H.$$

Внаслідок корельованості сигналів зображень, матриця їх моментів  $\mathbf{P}_s$  порядку  $M$  симетрична, але не діагональна, і, саме вона визначає особливість адаптивної обробки сигналів зображень, які приймаються від декількох джерел на фоні шумових завад [53].

Аналогічно отримаємо, що

$$\mathbf{M} \left[ \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k(t) \cdot \sum_{k=M+1}^{M+K} \mathbf{n}_k^H(t) \right] = \mathbf{V}_j \mathbf{P}_j \mathbf{V}_j^H,$$

де  $\mathbf{V}_j = (\mathbf{v}(\theta_{M+1}) \quad \mathbf{v}(\theta_{M+2}) \quad \dots \quad \mathbf{v}(\theta_{M+K}))$  вектор-рядок відповідних фазових зсувів адитивних шумів, а матриця їх моментів  $\mathbf{P}_N$  порядку  $K$ , внаслідок відсутності кореляції між ними має діагональний вигляд, елементами діагоналі якої є потужності адитивних шумів

$$\mathbf{P}_j = \begin{pmatrix} \sigma^2(n_{M+1}) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma^2(n_{M+K}) \end{pmatrix}.$$

І, нарешті, оскільки внутрішні шуми елементів антенної решітки статистично незалежні, до того ж вважається, що всі вони мають однакову потужність, то

$$\mathbf{M}[\mathbf{n}_0(t) \cdot \mathbf{n}_0^H(t)] = P_0 \cdot \mathbf{I},$$

де  $P_0$  – потужність елементів, а  $\mathbf{I}$  – одинична матриця порядку  $N$ .

Остаточо, після підстановки отриманих виразів до (2.12), отримаємо, що кореляційна матриця  $\mathbf{R}$  вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$  має вигляд

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_n, \quad (2.13)$$

де  $\mathbf{R}_s = \mathbf{V}_s \mathbf{P}_s \mathbf{V}_s^H$ ;  $\mathbf{R}_j = \mathbf{V}_j \mathbf{P}_j \mathbf{V}_j^H$  та  $\mathbf{R}_n = P_0 \cdot \mathbf{I}$  кореляційні матриці сигналів-носіїв зображень, адитивних шумів та внутрішнього шуму, відповідно.

Надалі, оцінка цієї матриці застосовується для аналізу просторового спектру радіовипромінювань та обчислення оптимального вектора вагових коефіцієнтів адаптивної антенної решітки.

### 2.3 Оптимальна обробка сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою

Для знаходження оптимального вектора вагових коефіцієнтів використовуються критерії ефективності. Але всі вони відрізняються тільки скалярним множником, що забезпечує на виході інформаційної системи однакове відношення сигнал/шум. Тому, вибір конкретного критерію ефективності, зазвичай, не має великого значення [46].

Розглянемо задачу визначення оптимального вектора вагових коефіцієнтів  $\mathbf{w} = \{w_{ij}\}; i = \overline{1, N}$  за критерієм максимуму правдоподібності, якій застосовується у випадку, коли корисний сигнал повністю невідомий.

Для зручності, перепишемо вхідний векторний процес (2.10) у вигляді

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (2.14)$$

де

$$\mathbf{s}(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{v}(\theta_m) \quad (2.15)$$

та

$$\mathbf{n}(t) = \sum_{k=M+1}^{M+K} n_k(t) \mathbf{v}(\theta_k) + \mathbf{n}_0(t)$$

є корисною та шумовою складовою, відповідно.

Будемо шукати оцінку корисного сигналу  $\mathbf{s}(t)$ , згідно (1.9) у вигляді

$$\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{y}(t). \quad (2.16)$$

Припустимо, що шумова складова  $\mathbf{n}(t)$  є багатомірним стаціонарним гауссівським процесом з нульовим середнім та відповідною щільністю розподілу [54]

$$p(\mathbf{n}(t)) = \frac{1}{\pi^n \det \mathbf{R}_n} e^{-\mathbf{n}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{n}},$$

де  $\mathbf{R}_n^{-1}$  – матриця, обернена до кореляційної матриці  $\mathbf{R}_n$ .

В цьому випадку вхідний векторний процес  $\mathbf{y}(t)$ , за наявності корисної складової  $\mathbf{s}(t)$ , також є багатомірним стаціонарним гауссівським процесом із середнім значенням  $\mathbf{s}(t)$ , яке визначається згідно (2.15), де  $s_m(t); m = \overline{1, M}$  є детермінованими, але невідомими функціями та відповідною умовною щільністю розподілу

$$p(\mathbf{y}(t) | \mathbf{y}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)) = \frac{1}{\pi^n \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}-\mathbf{s})},$$

де  $\mathbf{R}^{-1}$  – матриця, обернена до кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ .

Тоді, функція правдоподібності буде мати вигляд

$$\begin{aligned} \Psi[\mathbf{y}(t)] &= \ln [p(\mathbf{y}(t) | \mathbf{y}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t))] = -\ln |\pi^n \det \mathbf{R}| - \\ &\quad - (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{s}) = -\ln |\pi^n \det \mathbf{R}| - \\ &\quad - \left( \mathbf{y} - \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{v}(\theta_m) \right)^H \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{y} - \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{v}(\theta_m) \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Критерій максимуму правдоподібності полягає в тому, щоб знайти такі значення сигналів зображень  $s_m(t)$ , які називаються їх оцінками, що максимізують функцію правдоподібності (2.17) та позначаються через  $\tilde{s}_m(t)$ .

Для цього, обчислимо частинні похідні від функції  $\Psi[\mathbf{y}(t)]$  по  $s_m(t)$  та дорівнявши їх до нуля, знайдемо оцінки максимальної правдоподібності  $\tilde{s}_m(t)$ .

Розглянемо спочатку випадок наявності одного джерела сигналу зображення  $s_1(t)$ .

Тоді, функція правдоподібності та відповідна частинна похідна по  $s_1(t)$  мають вигляд

$$\Psi[\mathbf{y}(t)] = -\ln \left| \pi^n \det \mathbf{R} \right| - (\mathbf{y} - s_1(t) \mathbf{v}(\theta_1))^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - s_1(t) \mathbf{v}(\theta_1));$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial s_1} &= \mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - s_1(t) \mathbf{v}(\theta_1)) + (\mathbf{y} - s_1(t) \mathbf{v}(\theta_1))^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1) = \\ &= 2 \mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} - 2 s_1(t) \mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1) = 0. \end{aligned}$$

Звідки

$$s_1(t) \mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1) = \mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}.$$

Враховуючи, що  $\mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1)$  – скаляр, отримаємо оцінку максимальної правдоподібності у вигляді

$$\tilde{s}_1(t) = \frac{\mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}(t)}{\mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1)}.$$

Тоді, внаслідок (2.16), оптимальний за критерієм максимуму правдоподібності, параметричний вектор адаптивної антенної решітки визначається виразом

$$\mathbf{w}^H = \frac{\mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1}}{\mathbf{v}^H(\theta_1) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_1)}.$$

Аналогічно, якщо адаптивною антенною решіткою приймаються сигнали зображень від  $M + K \geq 1$  незалежних джерел, то для їх відновлення необхідно мати систему незалежних параметричних вагових векторів

$$\mathbf{w}_i^H = \frac{\mathbf{v}^H(\theta_i) \mathbf{R}^{-1}}{\mathbf{v}^H(\theta_i) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_i)}; \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (2.18)$$

Систему (2.18) можна записати у вигляді

$$\mathbf{w}_i^H = K(\theta_i) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_i); \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (2.19)$$

якщо позначити через  $K(\theta_i)$  скаляр

$$K(\theta_i) = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\theta_i) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_i)}.$$

Оскільки точна кореляційна матриця  $\mathbf{R}$  відома тільки при проведенні досліджень на моделях, то на практиці замість неї використовують оцінку  $\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{R}}(L)$ , отриману з вибірки вхідного векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$ , об'єм якої  $L$  є змінною величиною.

Крім того, якщо напрямок надходження корисного сигналу невідомий, то визначення необхідної оцінки напрямку фокусування  $\tilde{\theta}_i$  на джерело сигналу зображення передбачає застосування таких методів просторового спектрального аналізу, як алгоритми Бартлетта, Кейпона, теплового шуму, адаптивної кутової характеристики (AAR), лінійного передбачення, максимальної ентропії, мінімальної норми, багатосигнальної класифікації (MUSIC), власного вектора (EV) [55], [56].

В цьому випадку, сигнал на виході  $i$ -го інформаційного каналу антенної решітки можна подати у вигляді

$$\tilde{\mathbf{s}}_i = K(\tilde{\theta}_i) \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{v}(\tilde{\theta}_i) \mathbf{y}(t); \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (2.20)$$

де оцінка  $\tilde{\theta}_i; i = \overline{1, M+K}$  є результатом спектрального аналізу просторового спектра потужності радіовипромінювань. Реалізація цього алгоритму наведена на рис. 2.3 у вигляді багатоканального процесора.

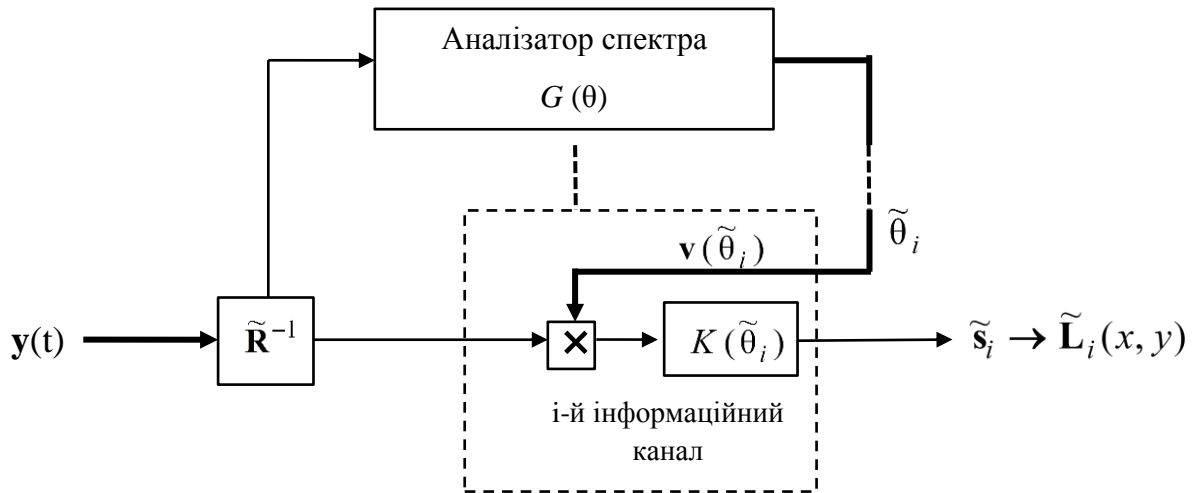


Рис. 2.3. Структура адаптивного процесору  $N$ -мірної адаптивної антенної решітки, що реалізує обробку сигналів, відповідно алгоритму (2.20).

Покажемо, що отримана система незалежних параметричних вагових векторів (2.19) задовольняє апроксимації рівняння Вінера-Хопфа [46] в матричній формі

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{R}^{-1} M[\mathbf{s}_i(t) \cdot \mathbf{y}^H(t)]; \quad i = \overline{1, M}.$$

Враховуючи (2.19) та те, що

$$M[\mathbf{s}_i(t) \cdot \mathbf{y}^H(t)] = M[\mathbf{s}_i^2(t)] = S \cdot \mathbf{v}(\theta_i),$$

де  $S$  – потужність корисного сигналу, отримаємо

$$K(\theta_i) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_i) \mathbf{y}(t) = S \cdot \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\theta_i).$$

Отже, за умовою  $K(\theta_i) = S$ , система (2.19) з точністю до постійного множника є вінеровським розв'язком, що дозволить надалі вдосконалювати ефективність обраного критерію.



## 2.4 Оцінка кореляційної матриці спостережень за критерієм максимальної правдоподібності

Пошук оптимального вагового вектора  $\mathbf{w}$  відповідно до будь-якого з основних критеріїв ефективності, пов'язано з інверсією кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  вхідного випадкового векторного процесу  $\mathbf{y}(t)$  в каналах прийому адаптивної антенної решітки, оскільки в ній відображена вся інформація про завади [46].

Існуючи методи інверсії кореляційної матриці можна розділити на дві групи: методи оцінки та наступної інверсії та методи безпосереднього уточнення оберненої кореляційної матриці. Ці методи забезпечують достатню швидку збіжність до оптимального розв'язку, але є дуже чутливими до похибок обчислень.

Як було зазначено раніше, на практиці доводиться мати справу не з точною кореляційною матрицею  $\mathbf{R}$ , а з її оцінкою  $\tilde{\mathbf{R}}$ , яка отримана на підставі скінченного числа повчальних вибірок із вхідного процесу  $\mathbf{y}(t)$  в каналах прийому адаптивної антенної решітки. Тому, наведемо вивід виразу для максимально правдоподібної оцінки цієї матриці.

Сукупність комплексних амплітуд вхідного процесу в окремих каналах прийому адаптивної антенної решітки в довільний момент часу  $t$  можна подати у вигляді  $N$ -мірного вектор-стовпця

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_N(t)]^T.$$

На практиці, вхідний процес спостерігається в дискретні моменти часу. Нехай маємо  $L$  вибірок  $\mathbf{y}(j); j = \overline{1, L}$  вектора  $\mathbf{y}(t)$ , які відповідають  $L$  моментам часу, які беруться через однакові проміжки  $\Delta t$ . Інтервал часу між вибірками задається так, щоб вибірки були статистично незалежними.

Припустимо, що ширина частотного спектра коливань, які приймаються, істотно перевершує смугу  $\Delta f$  приймача та в межах цієї смуги їх спектр можна

вважати рівномірним. Якщо відліки часу обирати з інтервалом  $\Delta t \geq 1/\Delta f$ , то  $L$ -мірні випадкові вибірки вхідного процесу  $\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(L)$  будуть статистично незалежними між собою [57].

Якщо вхідний процес  $\mathbf{y}(t)$  не містить корисного сигналу  $\mathbf{s}(t)$ , то його можна розглядати як гауссовський стаціонарний комплексний випадковий процес з нульовим середнім та, як було доведено в [54], оцінка кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  має вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(j) \cdot \mathbf{y}^H(j) \quad (2.21)$$

та є слушною і достатньою статистикою для кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ .

Покажемо, що ця оцінка є також слушною та достатньою статистикою і за наявності корисного сигналу, тобто у випадку гауссівського стаціонарного комплексного випадкового процесу із середнім значенням  $\mathbf{s}(t)$  [58].

Будемо вважати, що  $L$  незалежних тотожно розподілених  $N$ -мірних комплексних гауссівських випадкових величин  $\mathbf{y}(j); j = \overline{1, L}$  є вибіркою розміру  $L$  із сукупності

$$p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) = \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}-\mathbf{s})}. \quad (2.22)$$

Тоді, їх сумісна щільність ймовірностей, яку називають функцією правдоподібності [59], має вигляд

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{R}) &= p(\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(L)) = \prod_{j=1}^L p(\mathbf{y}(j)) = \\ &= \prod_{j=1}^L \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y}(j)-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}(j)-\mathbf{s})} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(\pi^N \det \mathbf{R})^L} \cdot \exp \left( - \sum_{j=1}^L (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) \right). \quad (2.23)$$

Оскільки  $\mathbf{y}(j); j = \overline{1, L}$  фіксовані, як значення вибірки, а кореляційна матриця  $\mathbf{R}$  залежить від наявності корисного сигналу  $\mathbf{s}(t)$ , визначеного згідно (2.17), то функцію правдоподібності можна вважати функцією від  $\mathbf{R}$ . Те значення  $\mathbf{R}$ , при якому функція  $\Lambda(\mathbf{R})$  досягне локального максимуму й буде максимально правдоподібною оцінкою  $\tilde{\mathbf{R}}$  для кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ .

Далі, доведемо декілька допоміжних тверджень.

**Лема 2.1** Якщо  $\mathbf{A}$  є ермітовою додатно-визначеною матрицею, то характеристична функція  $\Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta)$ , відповідна до щільності (2.22) ермітової форми  $E_{\mathbf{A}} = (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A} (\mathbf{y} - \mathbf{s})$  має вигляд

$$\Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta) = \det^{-1}(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R} \mathbf{A}). \quad (2.24)$$

*Доведення:* Оскільки  $\int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) d\mathbf{y} = 1$ , то з (2.22) отримаємо

$$\int_{\mathbf{y}} \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}-\mathbf{s})} d\mathbf{y} = 1.$$

Отже,

$$\det \mathbf{R} = \int_{\mathbf{y}} \frac{1}{\pi^N} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}-\mathbf{s})} d\mathbf{y}. \quad (2.25)$$

Характеристичною функцією  $\Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta)$  ермітової форми  $E_{\mathbf{A}}$ , яка є випадковою величиною, називається математичне сподівання випадкової величини  $e^{i\theta E_{\mathbf{A}}}$  [59]. Тому, враховуючи (2.25) та властивість визначників [42], отримаємо

$$\Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta) = M \left[ e^{i\theta (\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{A} (\mathbf{y}-\mathbf{s})} \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\mathbf{y}} e^{i\theta(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y}-\mathbf{s})} \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}-\mathbf{s})} d\mathbf{y} = \\
&= \frac{1}{\det \mathbf{R}} \int_{\mathbf{y}} \frac{1}{\pi^N} e^{-(\mathbf{y}-\mathbf{s})^H (\mathbf{R}^{-1} - i\theta \mathbf{A})(\mathbf{y}-\mathbf{s})} d\mathbf{y} = \det^{-1} \mathbf{R} \cdot \det(\mathbf{R}^{-1} - i\theta \mathbf{A})^{-1} = \\
&= \det^{-1} \mathbf{R} \cdot \det^{-1}(\mathbf{R}^{-1} - i\theta \mathbf{A}) = \det^{-1}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^{-1} - i\theta \mathbf{R} \mathbf{A}) = \quad (2.26) \\
&= \det^{-1}(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R} \mathbf{A}). \blacksquare
\end{aligned}$$

*Лема 2.2* Якщо  $\mathbf{A}$  ермітова додатно-визначена матриця, то

$$M[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})] = \text{tr}(\mathbf{R} \mathbf{A}).$$

*Доведення:* Згідно означенню

$$\begin{aligned}
M[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})] &= \int_{\mathbf{y}} (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s}) p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) d\mathbf{y} = \\
&= \int_{\mathbf{y}} (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s}) \cdot \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} d\mathbf{y}.
\end{aligned}$$

З (2.26) отримаємо

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d}{d\theta} \Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta) \right|_{\theta=0} &= \int_{\mathbf{y}} \left. \frac{d}{d\theta} \left[ e^{i\theta(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} \right] \right|_{\theta=0} \cdot \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} d\mathbf{y} = \\
&= \int_{\mathbf{y}} \left[ i(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s}) e^{i\theta(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} \right] \Big|_{\theta=0} \times \\
&\times \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} d\mathbf{y} = i \int_{\mathbf{y}} (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s}) \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{R}} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{s})} d\mathbf{y} = \\
&= i M[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})].
\end{aligned}$$

Отже, враховуючи (2.24)

$$\begin{aligned}
M[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})] &= -i \frac{d}{d\theta} \Phi_{\mathbf{R}, \mathbf{A}}(\theta) \Big|_{\theta=0} = \\
&= -i \frac{d}{d\theta} [\det^{-1}(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A})] \Big|_{\theta=0} = -i \left[ -\det^{-2}(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A}) \cdot \frac{d}{d\theta} \det(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A}) \right] \Big|_{\theta=0} = \\
&= i \frac{d}{d\theta} \det(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A}) \Big|_{\theta=0}. \tag{2.27}
\end{aligned}$$

Нехай елементи матриці мають вигляд  $\mathbf{R}\mathbf{A} = \{\sigma_{jk}\}$ ,  $j, k = \overline{1, N}$ . Тоді,

$$\det(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A}) = \begin{vmatrix} 1 - i\theta \sigma_{11} & -i\theta \sigma_{12} & \cdots & -i\theta \sigma_{1N} \\ -i\theta \sigma_{21} & 1 - i\theta \sigma_{22} & \cdots & -i\theta \sigma_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -i\theta \sigma_{N1} & -i\theta \sigma_{N2} & \cdots & 1 - i\theta \sigma_{NN} \end{vmatrix}$$

та за правилом диференціювання визначників  $n$ -го порядку [45]

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\theta} \det(\mathbf{I} - i\theta \mathbf{R}\mathbf{A}) \Big|_{\theta=0} &= \begin{vmatrix} (1 - i\sigma_{11})' & (-i\sigma_{12})' & \cdots & (-i\sigma_{1N})' \\ -i\sigma_{21} & 1 - i\sigma_{22} & \cdots & -i\sigma_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -i\sigma_{N1} & -i\sigma_{N2} & \cdots & 1 - i\sigma_{NN} \end{vmatrix} \Big|_{\theta=0} + \\
&+ \begin{vmatrix} 1 - i\sigma_{11} & -i\sigma_{12} & \cdots & -i\sigma_{1N} \\ (-i\sigma_{21})' & (1 - i\sigma_{22})' & \cdots & (-i\sigma_{2N})' \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -i\sigma_{N1} & -i\sigma_{N2} & \cdots & 1 - i\sigma_{NN} \end{vmatrix} \Big|_{\theta=0} + \dots \\
&\dots + \begin{vmatrix} 1 - i\sigma_{11} & -i\sigma_{12} & \cdots & -i\sigma_{1N} \\ -i\sigma_{21} & 1 - i\sigma_{22} & \cdots & -i\sigma_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (-i\sigma_{N1})' & (-i\sigma_{N2})' & \cdots & (1 - i\sigma_{NN})' \end{vmatrix} \Big|_{\theta=0} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{vmatrix} -i\sigma_{11} & -i\sigma_{12} & \cdots & -i\sigma_{1N} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -i\sigma_{N1} & -i\sigma_{N2} & \cdots & -i\sigma_{NN} \end{vmatrix} = \\
&= -i\sigma_{11} - i\sigma_{12} - \dots - i\sigma_{NN} = -i \operatorname{tr}(\mathbf{R}\mathbf{A}). \quad (2.28)
\end{aligned}$$

Тоді, враховуючи (2.28), вираз (2.27) прийме вигляд

$$M[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{A}(\mathbf{y} - \mathbf{s})] = i(-i \operatorname{tr}(\mathbf{R}\mathbf{A})) = \operatorname{tr}(\mathbf{R}\mathbf{A}). \blacksquare$$

Введемо вектор вибірових середніх вхідного векторного процесу

$$\mathbf{y}^* = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(j),$$

та вибірову кореляційну матрицю

$$\mathbf{R}^* = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(j) \cdot \mathbf{y}^H(j).$$

**Лема 2.3** Вибіркова кореляційна матриця  $\mathbf{R}^*$  є слушною оцінкою кореляційної матриці спостережень  $\mathbf{R}$ .

**Доведення:** Вибіркова кореляційна матриця  $\mathbf{R}^*$  буде слушною оцінкою [26] кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ , якщо

$$\forall \varepsilon > 0 \quad p(|\mathbf{R}^* - \mathbf{R}| > \varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } L \rightarrow \infty.$$

Використаємо для доведення розбіжність Кульбака-Лейблера [60] (або відносну ентропію) між двома розподілами ймовірностей

$$D(\mathbf{R}/\mathbf{R}^*) = \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) \ln \frac{p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}^*)}{p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R})} d\mathbf{y},$$

як показник середньої інформації від спостереження на користь  $\mathbf{R}^*$ .

Оскільки  $\mathbf{R}$  та  $\mathbf{R}^*$  додатно-визначені ермітові матриці, то  $\mathbf{R}^{-1}$  та  $(\mathbf{R}^*)^{-1}$  існують та також є додатно-визначеними ермітовими матрицями. Тоді, на підставі леми 2.2 та (2.22), отримаємо

$$\begin{aligned}
D(\mathbf{R}/\mathbf{R}^*) &= \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) [\ln p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}^*) - \ln p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R})] d\mathbf{y} = \\
&= \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) \left[ \ln \frac{\det \mathbf{R}}{\det \mathbf{R}^*} - (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H (\mathbf{R}^*)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{s}) + (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{s}) \right] d\mathbf{y} = \\
&= \ln \frac{\det \mathbf{R}}{\det \mathbf{R}^*} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) d\mathbf{y} - \int_{\mathbf{y}} (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H (\mathbf{R}^*)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{s}) p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) d\mathbf{y} + \\
&= \int_{\mathbf{y}} (\mathbf{y} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{s}) p(\mathbf{y}/\mathbf{s}; \mathbf{R}) d\mathbf{y} = \ln \frac{\det \mathbf{R}}{\det \mathbf{R}^*} - tr(\mathbf{R}(\mathbf{R}^*)^{-1}) + tr(\mathbf{R}\mathbf{R}^{-1}) = \\
&= \ln \frac{\det \mathbf{R}}{\det \mathbf{R}^*} - tr(\mathbf{R}(\mathbf{R}^*)^{-1}) + tr(\mathbf{I}).
\end{aligned}$$

Очевидно, що  $D(\mathbf{R}/\mathbf{R}^*) \rightarrow 0$ , якщо  $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^*$  при  $L \rightarrow \infty$ . ■

Далі, для суми в показнику функції правдоподібності (2.23), за допомогою властивостей сліда суми та сліда добутку матриць [50], отримаємо

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^L (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) &= \sum_{j=1}^L tr \left[ (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) \right] = \\
&= \sum_{j=1}^L tr \left[ \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \right] = tr \left[ \mathbf{R}^{-1} \sum_{j=1}^L (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \right]. \quad (2.29)
\end{aligned}$$

Зазначимо, що

$$\begin{aligned}
\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H &= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(j) \cdot \mathbf{y}^H(j) - \frac{2}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(j) \cdot \mathbf{s}^H + \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^H = \\
&= \mathbf{R}^* - 2\mathbf{y}^* \cdot \mathbf{s}^H + \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^H = \mathbf{R}^* + \mathbf{y}^* \cdot (\mathbf{y}^*)^H - 2\mathbf{y}^* \cdot \mathbf{s}^H + \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^H - \mathbf{y}^* \cdot (\mathbf{y}^*)^H =
\end{aligned}$$

$$= \mathbf{R}^* + (\mathbf{y}^* - \mathbf{s})(\mathbf{y}^* - \mathbf{s})^H - \mathbf{y}^* \cdot (\mathbf{y}^*)^H.$$

Тоді, (2.29) прийме вигляд

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^L (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}(j) - \mathbf{s}) &= L \operatorname{tr} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}^*] + \\ &+ L (\mathbf{y}^* - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^* - \mathbf{s}) - L \mathbf{y}^* \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^*)^H. \end{aligned} \quad (2.30)$$

**Теорема 2.1** Вибіркова кореляційна матриця  $\mathbf{R}^*$  є достатньою статистикою для кореляційної матриці спостережень  $\mathbf{R}$ .

*Доведення:* Згідно ознаки факторизації [26], статистика є достатньою, якщо функцію правдоподібності можна подати у вигляді добутку двох невід'ємних множників, один з яких залежить від цієї статистики та параметра, що оцінюється, а інший не залежить від цієї статистики.

Підставивши (2.30) до функції правдоподібності (2.23), отримаємо

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{R}) &= \frac{1}{(\pi^N \det \mathbf{R})^L} e^{-L \operatorname{tr} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}^*] - L (\mathbf{y}^* - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^* - \mathbf{s}) + L \mathbf{y}^* \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^*)^H} = \\ &= \frac{1}{(\pi^N \det \mathbf{R})^L} e^{-L (\mathbf{y}^* - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^* - \mathbf{s}) + L \mathbf{y}^* \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^*)^H} \cdot e^{-L \operatorname{tr} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}^*]}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Отже, вибіркова кореляційна матриця є слушною та достатньою оцінкою кореляційної матриці спостережень.

Крім того, за відсутністю корисного сигналу  $\mathbf{s}(t)$  функція правдоподібності має вигляд

$$\Lambda(\mathbf{R}) = \frac{1}{(\pi^N \det \mathbf{R})^L} e^{-L \operatorname{tr} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}^*]},$$

що співпадає з результатом, отриманим в [54]. ■



У виразі (2.31)  $\mathbf{y}^* \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^*)^H \geq (\mathbf{y}^* - \mathbf{s})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^* - \mathbf{s}) > 0$ , оскільки  $\mathbf{R}$  є додатно-визначеною матрицею та  $\|\mathbf{y}^*\| \geq \|\mathbf{y}^* - \mathbf{s}\| > 0$ . Це означає, що функція правдоподібності  $\Lambda(\mathbf{R})$  досягає свого максимального значення за умови, що  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{I}$ , тобто, коли  $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^*$  при  $L \rightarrow \infty$ . Отже, вибіркова кореляційна матриця  $\mathbf{R}^*$  є оцінкою максимальної правдоподібності, яку надалі будемо позначати через  $\tilde{\mathbf{R}}$  та визначати за формулою (2.21).

## 2.5. Висновки

1. Отримано вираз для системи оптимальних незалежних параметричних вагових векторів, необхідних для відновлення сигналів зображень на фоні шумових завад довільної інтенсивності, що приймаються від декількох незалежних джерел в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. Показано, що ця система з точністю до постійного множника є вінеровським розв'язком.

2. Знайдена максимально правдоподібна оцінка кореляційної матриці спостережень за наявності сигналу зображення у вхідному векторному процесі, інверсія якої надалі використовується для обчислення параметричних вагових векторів в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

## РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

### 3.1 Обчислювальні алгоритми знаходження вибірових оцінок кореляційних матриць спостережень

Як і будь-яка оцінка, вибіркова оцінка кореляційної матриці  $\tilde{\mathbf{R}}$  вигляду (2.21) є випадковою матрицею. Тому її власні значення та власні вектора також є випадковими величинами. Власні значення розподілені в інтервалі  $[0; \infty)$ . Внаслідок випадковості, ймовірність появи кратних значень нескінченно мала.

Оскільки вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}$  є результатом множення  $N$  векторів розмірності  $L$  в  $N$ -мірному просторі та, як наслідок, лінійним перетворенням [50], то у випадку, якщо

1) розмір вибірки менше числа каналів прийому адаптивної антенної решітки ( $L < N$ ), то вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}$  буде мати  $(N - L)$  лінійно-залежних стовпців, оскільки  $\text{rang } \mathbf{y}(j) \leq L$  та  $\text{rang } \tilde{\mathbf{R}} \leq (\text{rang } \mathbf{y}(j), \text{rang } \mathbf{y}^H(j)) \leq N$ .

Отже, вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}$  є виродженою ( $\det \tilde{\mathbf{R}} = 0$ ) та має  $L$  додатних і  $(N - L)$  нульових власних значень. Така вибірка є короткою та не містить достатньо інформації для оцінки параметрів завад в усьому  $N$ -мірному просторі. В цьому випадку властивості завад необхідно до визначити на підставі апріорних даних.

2) розмір вибірки співпадає з числом каналів прийому адаптивної антенної решітки ( $L = N$ ), то стовпці вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  будуть лінійно-залежні тільки, якщо  $\text{rang } \mathbf{y}(j) < L$ , що на практиці мало ймовірно, оскільки в адаптивній антенній решітці завжди присутні внутрішні шуми елементів.

3) розмір вибірки більше числа каналів прийому адаптивної антенної решітки ( $L > N$ ), то стовпці вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  будуть лінійно-незалежні, якщо  $\text{rang } \mathbf{y}(j) = L$ . Тому, вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}$  є невиродженою та має  $N$  додатних власних значень.

Нехай вибірка вхідного процесу  $\mathbf{y}(t)$  є такою, що  $L \geq N$ . Підставивши замість точної кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  її максимально правдоподібну оцінку  $\tilde{\mathbf{R}}$ , яка є функцією від  $L$

$$\tilde{\mathbf{R}}(L) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t), \quad (3.1)$$

отримаємо, що система вагових векторів (2.19) може бути записана наступним чином

$$\mathbf{w}_i^H = K(\tilde{\theta}_i) \cdot \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \cdot \mathbf{v}(\tilde{\theta}_i); \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (3.2)$$

Очевидно, що для знаходження вагових векторів необхідно знайти інверсію вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$ , яка так само, як і вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}$  залежить від об'єму вибірки  $L$ . Збільшення об'єму вибірки  $L$  надає більшої слушності та стійкості оцінкам  $\tilde{\mathbf{R}}$  і  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$  та, в присутності внутрішнього шуму, приводить до істотної регуляризації матриці  $\tilde{\mathbf{R}}$ . У випадку необмеженого збільшення об'єму вибірки  $L$  вибіркова оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  буде прямувати до своєї асимптотичної форми (2.11), тобто

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{R}}(L) = \mathbf{R}.$$

Одним з методів знаходження інверсії вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$  є безпосередня інверсія вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$ , задана виразом (3.1)

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) = L \left( \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Але, обчислення  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$  за алгоритмом (3.3) потребує достатньо великого обсягу операцій, а саме:  $LM(M+1)/2$  комплексних множень для створення  $\tilde{\mathbf{R}}$ ;  $(M^3/2 + M^2)$  комплексних множень для обернення ермітової матриці та створення  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$  і  $M^2$  множень для обчислення вагових коефіцієнтів  $\mathbf{w}_i^H; i = \overline{1, M+K}$  [45].

Тому на практиці, для зменшення об'єму обчислень, використовують рекурентні алгоритми отримання необхідних оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}$  и  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$ . Рекурентний алгоритм знаходження прямої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  при довільному об'ємі вибірки  $L$  має вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}}(L) = \frac{1}{L} \left( (L-1) \cdot \tilde{\mathbf{R}}(L-1) + \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \right), \quad (3.4)$$

що безпосередньо випливає з формули (3.1).

Виведемо формули, які реалізують рекурентний алгоритм знаходження інверсії вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$ . З (3.3) та (3.4) отримаємо перший рекурентний алгоритм

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) = L \left( (L-1) \cdot \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \right)^{-1}. \quad (3.5)$$

Будемо шукати інший рекурентний алгоритм у вигляді

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) = \frac{L}{L-1} \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \alpha \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1), \quad (3.6)$$

де  $\alpha$  – невідомий коефіцієнт. Перемноживши ліві та праві частини (3.4) та (3.6) отримаємо

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}(L) \cdot \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) &\equiv \mathbf{I} = \left( \frac{L-1}{L} \cdot \tilde{\mathbf{R}}(L-1) + \frac{1}{L} \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \right) \times \\ &\times \left( \frac{L}{L-1} \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \alpha \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \right) = \\ &= \mathbf{I} + \frac{L}{L-1} \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \frac{L-1}{L} \alpha \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \\ &+ \frac{1}{L} \alpha \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1). \end{aligned}$$

Звідки, враховуючи що

$$\mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) > 0,$$

оскільки є додатно-визначеною квадратичною формою, отримаємо

$$\mathbf{O} = \left( \frac{1}{L-1} + \frac{L-1}{L} \alpha + \frac{1}{L} \alpha \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) \right) \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1).$$

Але,  $\mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \neq \mathbf{O}$ , отже,

$$\frac{1}{L-1} + \frac{L-1}{L} \alpha + \frac{1}{L} \alpha \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) = 0.$$

Тоді,

$$\frac{1}{L} \alpha \left( (L-1) + \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) \right) = \frac{1}{L-1},$$

$$\alpha = - \frac{L}{(L-1) \left( (L-1) + \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L) \right)}. \quad (3.7)$$

Підставивши (3.7) до (3.6), отримаємо інший рекурентний алгоритм

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) &= \frac{L}{L-1} \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \alpha \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1), \\ &= \frac{L}{L-1} \left( \mathbf{I} - \frac{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L)}{(L-1) + \mathbf{y}^H(L) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \cdot \mathbf{y}(L)} \right) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Якщо ввести позначення  $\mathbf{R}_k = \mathbf{y}(k) \cdot \mathbf{y}^H(k); k = \overline{2, L}$ , то для зручності обчислювальної реалізації, рекурентні формули (3.4), (3.5), (3.8) доцільніше записати у вигляді

$$\tilde{\mathbf{R}}(k) = \frac{1}{k} \left( (k-1) \cdot \tilde{\mathbf{R}}(k-1) + \mathbf{R}_k \right), \quad (3.9)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k) = k \left( (k-1) \cdot \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k-1) + \mathbf{R}_k \right)^{-1}, \quad (3.10)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k) = \frac{k}{k-1} \left( \mathbf{I} - \frac{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k-1) \cdot \mathbf{R}_k}{(k-1) + \text{tr}[\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k-1) \cdot \mathbf{R}_k]} \right) \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(k-1), \quad (3.11)$$

при початковій умові  $\tilde{\mathbf{R}}(1) = \mathbf{y}(1) \cdot \mathbf{y}^H(1)$ , яка визначає обернену кореляційну матрицю власних шумів в каналах прийому адаптивної антенної решітки.

Дослідимо оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$ , визначені формулами (3.1), (3.3), (3.9) – (3.11) на стійкість та слухність. Оцінка називається статистично стійкою, якщо при збільшенні об'єму вибірки її значення стабілізуються та прямують до певної величини. В обчислювальній практиці критерієм стійкості та слухності оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$  є збіжність відповідних матричних норм [60]

$$\alpha(L) = \frac{\|\mathbf{R} - \tilde{\mathbf{R}}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}\|^2}, \quad (3.12)$$

$$\beta(L) = \frac{\|\mathbf{R}^{-1} - \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}^{-1}\|^2}, \quad (3.13)$$

де норма матриць визначається співвідношенням [46]

$$\|\mathbf{R}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^H)}.$$

Оцінки вважаються стійкими за Адамаром, якщо для будь-якого об'єму вибірки  $L$  їх норми скінчені, тобто  $\alpha(L) = \varepsilon_\alpha < \infty$ ;  $\beta(L) = \varepsilon_\beta < \infty$ , де  $\varepsilon_\alpha$ ;  $\varepsilon_\beta$  деякі додатні числа.

Оцінки вважаються слухними, якщо вони швидко збігаються до відповідних асимптотичних форм матриць  $\mathbf{R}$  та  $\mathbf{R}^{-1}$ , тобто

$$p\left(\lim_{L \rightarrow \infty} \alpha(L) = 0\right) = 1 \quad \text{та} \quad p\left(\lim_{L \rightarrow \infty} \beta(L) = 0\right) = 1.$$

Слухність оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  була доведена раніше в розділі 2 п. 2.4.

Складність, а іноді й неможливість отримання аналітичних залежностей  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  викликана [61]:

1. невизначеністю результатів у випадку короткої вибірки, тобто при  $L < N$ , коли матриця  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  є виродженою та  $\beta(L) \rightarrow \infty$ ;
2. складністю опису статистичного розподілу власних значень та власних векторів випадкової матриці  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  при довільному об'ємі вибірки.

Тому, найбільш доцільним є проведення статистичних досліджень збіжності оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  до відповідних асимптотичних форм.

Збіжність обчислювальних алгоритмів (3.1), (3.3), (3.9), (3.10), (3.11) демонструють результати моделювання, надані на рис.3.1–3.3 у вигляді усереднених нестационарних залежностей  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  при  $N=10$  у випадках відсутності сигналу зображення та за його наявності у вхідному векторному процесі.

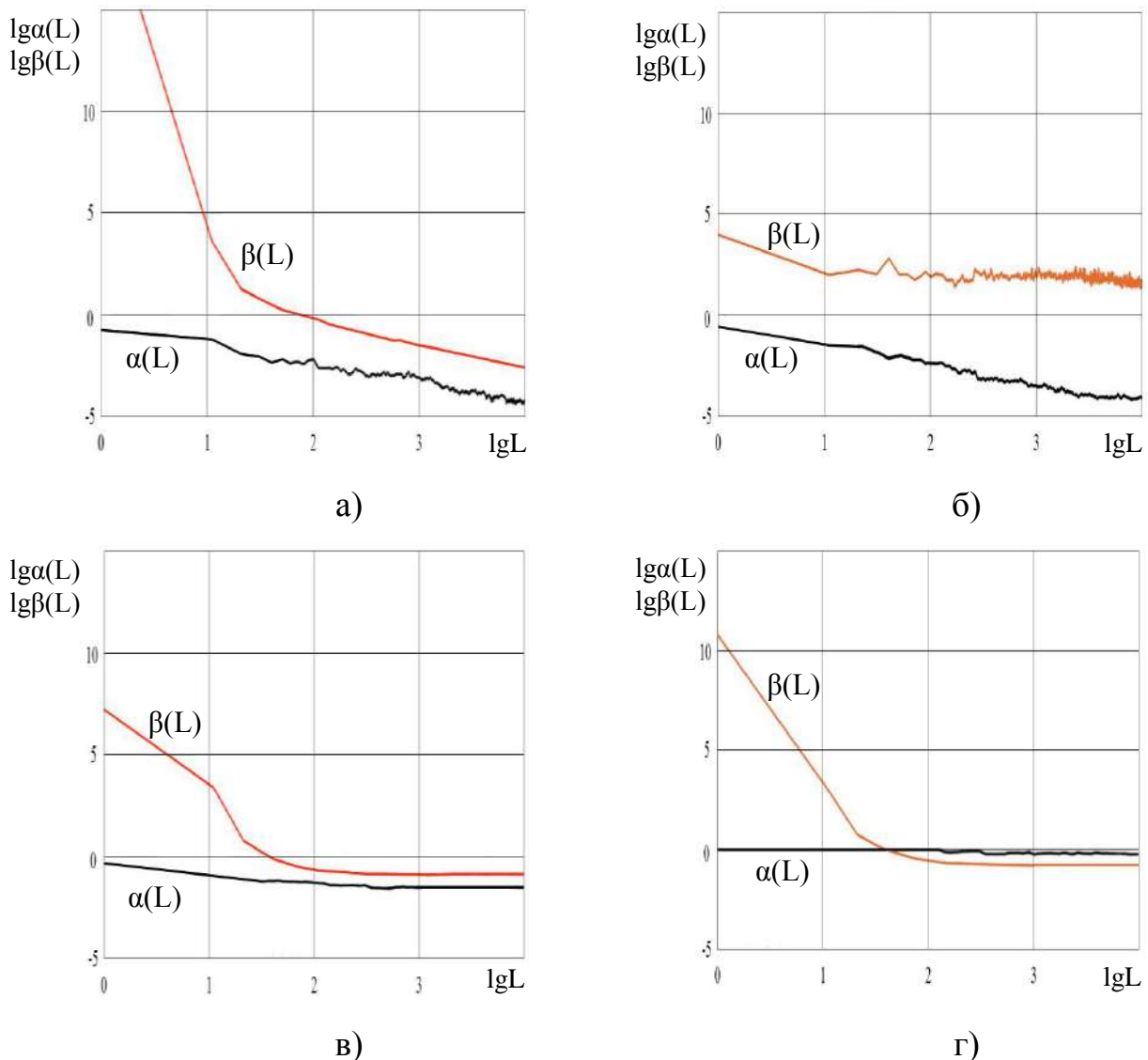


Рис. 3.1 Залежності матричних норм  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  від об'єму вибірки  $L$  для матриці 10-го порядку за алгоритмами (3.1) та (3.3): а) сигнал зображення відсутній; відношення сигнал/шум б)  $SNR = -20$  дБ; в)  $SNR = 0$  дБ; г)  $SNR = 20$  дБ.

Наведені на рис. 3.2 криві збіжності  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  відповідають процедурі формування оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  за рекурентним алгоритмом (3.9) та безпосередній інверсії його результату за алгоритмом (3.10).

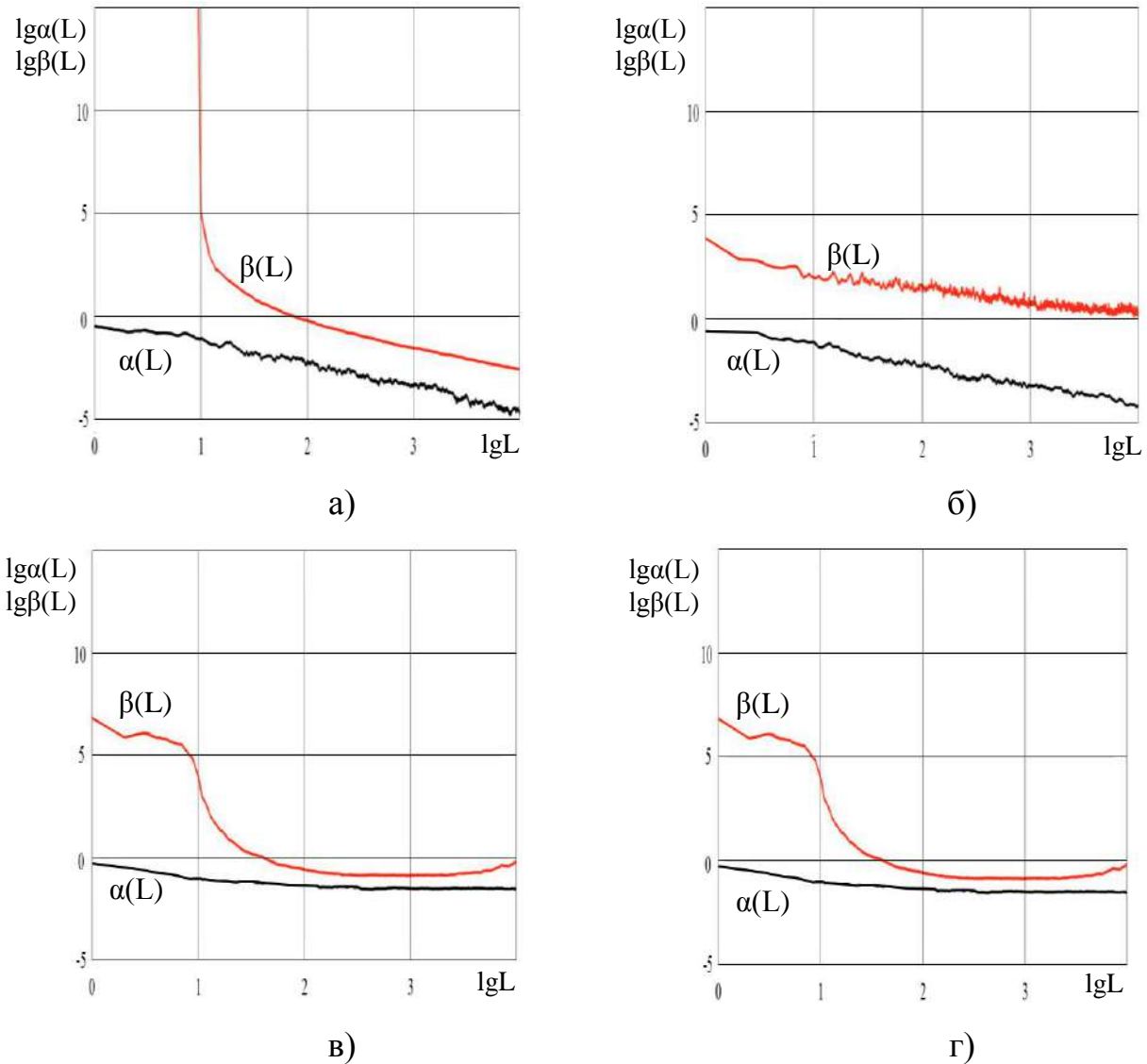


Рис. 3.2 Залежності матричних норм  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  від об'єму вибірки  $L$  для матриці 10-го порядку за алгоритмами (3.9) та (3.10): а) сигнал зображення відсутній; відношення сигнал/шум б)  $SNR = -20$  дБ; в)  $SNR = 0$  дБ; г)  $SNR = 20$  дБ.

Графіки  $\beta(L)$  на рис. 3.3 ілюструють збіжність оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$ , отриманої за рекурентним алгоритмом (3.11) для наступних початкових умов:  $\mathbf{R}(1) = \mathbf{y}(1) \cdot \mathbf{y}^H(1)$  – графік 1 та  $\mathbf{R}(1) = \mathbf{I}$  – графік 2.



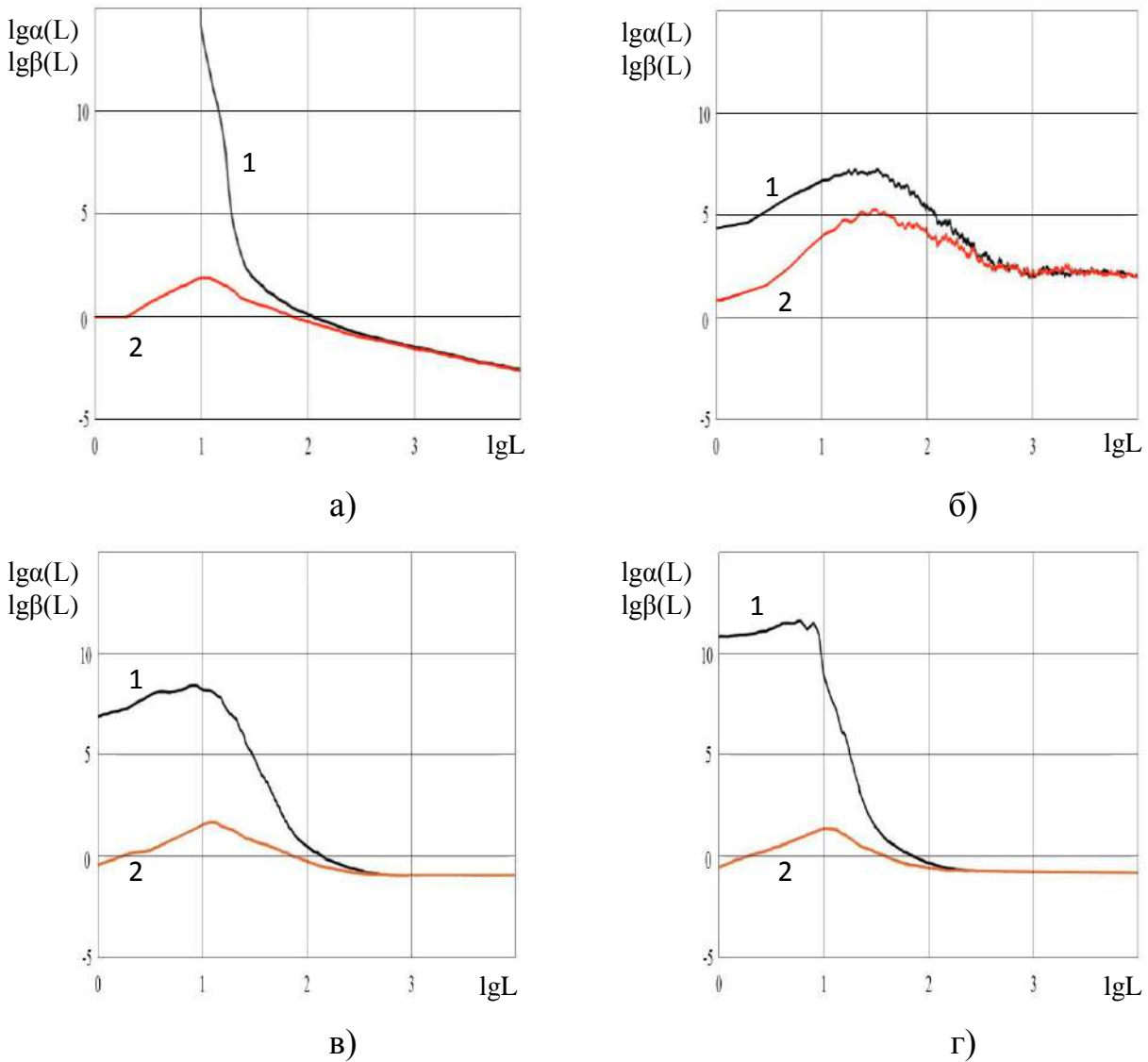


Рис. 3.3 Залежності матричної норми  $\beta(L)$  від об'єму вибірки  $L$  для матриці 10-го порядку за алгоритмом (3.11): а) сигнал зображення відсутній; відношення сигнал/шум б)  $SNR = -20$  дБ; в)  $SNR = 0$  дБ; г)  $SNR = 20$  дБ.

Аналіз поведінки функціональних залежностей матричних норм  $\alpha(L)$  та  $\beta(L)$  від об'єму вибірки  $L$  вказує на ряд особливостей, притаманних алгоритмам обчислення оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$ , а саме:

- оцінки (3.1), (3.3), (3.9) – (3.11) є слушними;

- алгоритм (3.11) дозволяє отримати більш згладжену оцінку  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  порівняно з алгоритмами (3.3) та (3.10), що свідчить про його ефективність, тобто мінімальність дисперсії оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  відносно  $\mathbf{R}^{-1}(L)$ ;

- за відсутністю сигналу зображення для алгоритмів (3.3), (3.10) і (3.11) та при початковій умові  $\mathbf{R}(1) = \mathbf{y}(1) \cdot \mathbf{y}^H(1)$  – матрична норма  $\beta(L) \rightarrow \infty$ , якщо  $L < N$ , внаслідок виродженості оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  (рис. 3.1а, 3.2а, 3.3а – графік 1);

- при початковій умові  $\mathbf{R}(1) = \mathbf{I}$  матрична норма  $\beta(L)$  буде обмеженою, але не буде монотонно функцією на всій області визначення  $L$  (рис. 3.3а – графік 2);

- за наявності сигналу зображення оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  не вироджена, але не є монотонно спадаючою при  $L < N$ .

Отже, незважаючи на слушність оцінок (3.3), (3.10) та (3.11), всі вони втрачають обчислювальну стійкість у випадку короткої вибірки, тобто при  $L < N$ . Стійкість оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  можна отримати, використавши відомий метод статичної регуляризації.

### 3.2 Статична регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень

Випадок короткої вибірки із вхідного процесу (тобто, коли  $L < N$ ) має важливе практичне значення. Це пов'язано з тим, що у більшості практичних застосувань завада не є стаціонарною, та її параметри змінюються на протязі часу. Тому для адаптивної антенної решітки з великою кількістю елементів час стаціонарності перешкоди може виявитися недостатнім для накопичення  $L \approx 2N$  вибірок зі вхідного процесу та виконанням необхідного об'єму обчислень [62].

Нестационарність завади приводить до того, що вибірка стає короткою та, як наслідок, оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  виродженою [63], [64]. Наявність  $L$  додатних випадкових власних значень та  $(N - L)$  нульових власних значень означає, що інверсія оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  не існує. Коротка вибірка заповнює тільки підпростір розмірності  $L$  в  $N$ -мірному просторі. Отже, така вибірка містить інформацію про заваду тільки в  $L$ -мірному підпросторі, а в іншій частині простору,

розмірності  $(N - L)$ , інформація про заваду відсутня. Очевидно, що на підставі такої вибірки неможливо оцінити  $N$ -мірний ваговий вектор та напрямок фокусування на джерело сигналу зображення.

Розв'язанням цієї проблеми є регуляризація вибіркової оцінки кореляційної матриці  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$ , запропонована спочатку для отримання оцінки вагового вектора в працях [65], [66]. Замість вибіркової оцінки кореляційної матриці  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  використовується регуляризована оцінка матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$ , отримана з максимально правдоподібної оцінки (3.1) додаванням до неї діагональної матриці [66], [67], [68], тобто матриця вигляду

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) = \tilde{\mathbf{R}}(L) + \mu \cdot \mathbf{I}, \quad (3.14)$$

де  $\mu > 0$  – параметр регуляризації. Оскільки  $\det \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) \geq \mu$ , то інверсія матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  можлива при будь-якому розмірі  $L$  вибірки із вхідного процесу.

За аналогією з (3.12) та (3.13), дослідимо слушність прямої та оберненої оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  за критерієм збіжності відповідних матричних норм

$$\alpha_{\mu}(L) = \frac{\|\mathbf{R} - \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}\|^2}, \quad (3.15)$$

$$\beta_{\mu}(L) = \frac{\|\mathbf{R}^{-1} - \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}^{-1}\|^2}. \quad (3.16)$$

Граничне значення матричної норми (3.15), незважаючи на слушність початкової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  не досягає нульового значення, оскільки

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \alpha_{\mu}(L) = \mu^2 \frac{N}{\|\mathbf{R}\|^2} > 0 \quad (3.17)$$

та, отже, обмежено величиною фіксованого параметра регуляризації  $\mu$ . Таким чином,

$$p\left(\lim_{L \rightarrow \infty} \alpha_{\mu}(L) = 0\right) \neq 1$$

і, звідси, оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  не є слушною при фіксованому параметрі регуляризації  $\mu$ .

Для обчислення граничного значення матричної норми  $\beta_{\mu}(L)$  використаємо покомпонентний спектральний розклад асимптотичної форми кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  та її оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  [61]

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{\Pi}_i, \quad (3.18)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}(L) = \sum_{i=1}^N \tilde{\lambda}_i(L) \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L), \quad (3.19)$$

де  $\lambda_i$  та  $\tilde{\lambda}_i(L)$  – власні значення матриць  $\mathbf{R}$  та  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$ ;  $\mathbf{\Pi}_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_i^H$  і  $\tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L) = \tilde{\mathbf{e}}_i(L) \cdot \tilde{\mathbf{e}}_i^H(L)$  – проекційні матриці на власні  $i$ -мірні підпростори, відповідні до власних векторів  $\mathbf{e}_i$  та  $\tilde{\mathbf{e}}_i(L)$ .

Вирази (3.18) та (3.19), дозволяють подати асимптотичну форму кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  у вигляді границі оцінки (3.19)

$$\mathbf{R} = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \tilde{\lambda}_i(L) \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L). \quad (3.20)$$

Вираз (3.20) та властивості границь, забезпечують існування наступних границь

$$\lambda_i = \lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{\lambda}_i(L) \quad \text{та} \quad \mathbf{\Pi}_i = \lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L); \quad \forall i = [0; N]. \quad (3.21)$$

Оскільки будь-яка матрична функція  $f(\tilde{\mathbf{R}})$  від матриці  $\tilde{\mathbf{R}}$  може бути подана у вигляді спектрального розкладу [50]

$$f(\tilde{\mathbf{R}}) = \sum_{i=1}^N f(\lambda_i) \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L),$$

то спектральний розклад матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  буде мати вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) = \sum_{i=1}^N (\tilde{\lambda}_i(L) + \mu) \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L). \quad (3.22)$$

Тобто, власні значення регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  зсунуті по відношенню до власних значень оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}$  (3.19) на величину параметра регуляризації  $\mu$ , а власні вектори співпадають. Тоді, спектральні розклади обернених матриць  $\mathbf{R}^{-1}$  та  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  будуть мати вигляд

$$\mathbf{R}^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{\Pi}_i, \quad (3.23)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\tilde{\lambda}_i(L) + \mu} \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L). \quad (3.24)$$

Виходячи з (3.21) та того, що  $tr \mathbf{\Pi}_i = 1$ , отримаємо граничне значення матричної форми

$$\begin{aligned} \lim_{L \rightarrow \infty} \beta_{\mu}(L) &= \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i^2} \right)^{-1} \cdot \lim_{L \rightarrow \infty} \left[ tr \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{\Pi}_i - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\tilde{\lambda}_i(L) + \mu} \tilde{\mathbf{\Pi}}_i(L) \right)^2 \right] = \\ &= \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i^2} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_i + \mu} \right)^2 = \\ &= \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i^2} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \left( \frac{\mu}{\lambda_i(\lambda_i + \mu)} \right)^2 > 0. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Очевидно, що регуляризована оцінка (3.24) не є слухною при фіксованому параметрі  $\mu > 0$ , оскільки

$$p \left( \lim_{L \rightarrow \infty} \beta_{\mu}(L) = 0 \right) \neq 1.$$

Властивості оцінок (3.3), (3.10), (3.11) демонструють результати моделювання, надані на рис. 3.4 у вигляді усереднених нестационарних залежностей  $\beta_\mu(L)$  при  $N=10$  та фіксованих значеннях  $\mu=0,1; \mu=0,3; \mu=0,7$  за відсутності сигналу зображення.

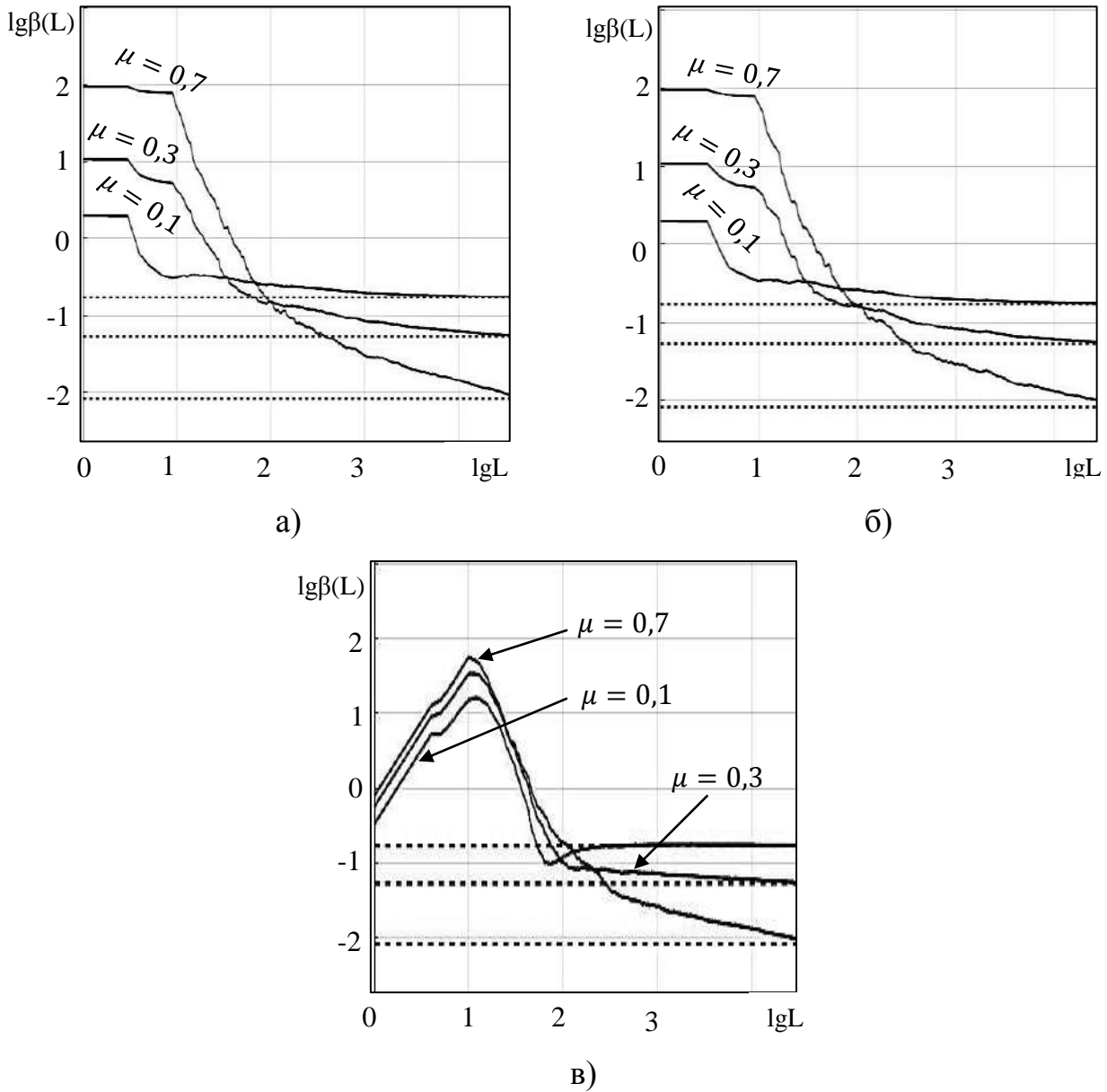


Рис. 3.4 Залежності матричної норми  $\beta_\mu(L)$  від об'єму вибірки для матриці 10-го порядку при значеннях параметра регуляризації  $\mu=0,1; \mu=0,3; \mu=0,7$  :

а – оцінка (3.3); б – оцінка (3.10); в – оцінка (3.11).

Тут суцільними лініями надані усереднені стаціонарні залежності матричних норм  $\beta_\mu(L)$ , а штриховими лініями – відповідні до них теоретичні

граничні значення (3.25). На рис. 3.4 в) у якості початкової умови обрана  $\mathbf{R}(1)=\mathbf{I}$ .

Наближення траєкторій збіжності  $\beta_{\mu}(L)$  кожної з регуляризованих оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  (3.3), (3.10), (3.11) до теоретичного граничного значення (3.25) за скінчене число ітерацій  $L$  показує, що у обчислювальному відношенні всі вони є стійкими, оскільки  $\beta_{\mu}(L) < \infty; \forall k \in [1; L]$ , але не є слухними:

$$p\left(\lim_{L \rightarrow \infty} \beta_{\mu}(L) = 0\right) \neq 1.$$

Вибір величини статичного параметра регуляризації  $\mu$  для заданого об'єму вибірки  $L$  визначається необхідною точністю наближення  $\beta_{\mu}(L)$ . Правило вибору  $\mu = \mu[\beta_{\mu}(L)]$  передбачає компроміс між точністю наближення  $\beta_{\mu}(L)$  та об'ємом вибірки  $L$ . Досягнення такого компромісу, в умовах апіорної невизначеності відносно структури спектра інверсії регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$ , достатньо проблематично. Усуненням вказаної невизначеності може бути варіація параметра  $\mu$ .

Разом з тим, невиправдані варіації, наприклад збільшення параметра регуляризації, погіршують відповідність оцінок (3.3), (3.10), (3.11) початковим даним, порушуючи тим самим їх слухність, а отже, й можливість саморегуляризації (рис. 3.4).

Як відомо [60], [67], [68] універсальний підхід до пошуку оптимального значення параметра регуляризації за критерієм «обчислювальна стійкість – слухність», на сьогодні відсутній. Можна вважати успішним підхід, згідно якому у якості параметра регуляризації, поряд з параметрами статичної регуляризації, можуть виступати також «істотні» параметри або функції від них [69].

Тому, використаємо істотні властивості максимально правдоподібних оцінок  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$ , зокрема, їх слухність та здатність до

саморегуляризації, для переходу від сталого параметру регуляризації ( $\mu = const$ ) до змінного, монотонно спадаючого одночасно зі зростанням об'єму вибірки, параметра регуляризації:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \mu(L) = 0.$$

Такий вид регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці можна класифікувати як динамічну регуляризацію.

### 3.3 Динамічна регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень

Ідея динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень полягає в знаходженні оптимального параметра регуляризації, як значення неперервної, монотонно спадаючої одночасно зі збільшенням об'єму вибірки функції  $\mu(L)$  [70].

Регуляризовані оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$  в цьому випадку будуть мати вигляд, відповідно

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) = \tilde{\mathbf{R}}(L) + \mu(L) \cdot \mathbf{I} \quad (3.26)$$

та

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L) = [\tilde{\mathbf{R}}(L) + \mu(L) \cdot \mathbf{I}]^{-1}. \quad (3.27)$$

Ці оцінки будуть регуляризуючими операторами відносно точних кореляційних матриць  $\mathbf{R}$  та  $\mathbf{R}^{-1}$ , якщо вони мають наступні властивості [71]:

1)  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  та  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  визначені для  $\forall \mu(L) > 0$  при  $L \geq 1$  та відображають простір ермітових додатно-визначених матриць сам на себе;

2)  $\exists \mu(L)$  такі, що якщо  $\lim_{L \rightarrow \infty} \mu(L) = 0$ , то

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{R}}_{\mu} = \mathbf{R} \quad \text{та} \quad \lim_{L \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1} = \mathbf{R}^{-1}.$$



Вірність першої властивості очевидна. Виконання другої властивості залежить від вибору функції динамічної регуляризації  $\mu = \mu(L)$ , яка повинна бути нескінченно малою функцією.

Будемо шукати функцію динамічної регуляризації у вигляді

$$\mu(L) = \frac{g(L)}{L}, \text{ де } g(L) \geq 0 \quad (3.28)$$

таку, що

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \mu(L) = 0. \quad (3.29)$$

Очевидно, що у випадку динамічної регуляризації матрична норма є функцією двох змінних  $\beta_\mu(L, g)$ . Тоді, при виконанні умови (3.29), її границя буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \lim_{L \rightarrow \infty} \beta_\mu(L, g) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{R}^{-1} - \tilde{\mathbf{R}}_\mu^{-1}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}^{-1}\|^2} = \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{R}^{-1} - [\tilde{\mathbf{R}}(L) + \mu(L) \cdot \mathbf{I}]^{-1}\|^2}{\|\mathbf{R}^{-1}\|^2} = 0, \end{aligned}$$

що на відміну від статичної регуляризації свідчить про слушність оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_\mu^{-1}(L)$ , оскільки  $p\left(\lim_{L \rightarrow \infty} \beta_\mu(L, g) = 0\right) = 1$ . Крім того,  $\beta_\mu(L, g) < \infty$  для будь-якого об'єму вибірки та, отже, оцінка  $\tilde{\mathbf{R}}_\mu^{-1}(L)$  є стійкою в обчислювальному змісті.

Отже, задача пошуку функції динамічної регуляризації зводиться до знаходження такої функції  $g(L)$ , яка мінімізує матричну норму

$$\beta_\mu(L, g) = \frac{\|\mathbf{R}^{-1} - \tilde{\mathbf{R}}_\mu^{-1}(L)\|^2}{\|\mathbf{R}^{-1}\|^2} \rightarrow \min. \quad (3.30)$$

Аналітичний розв'язок задачі мінімізації матричної норми (3.30) є дуже утрудненим, оскільки передбачає обчислення матриці Гессе, складеної з других

частинних похідних матричної норми по змінному об'єму вибірки  $L$ . А це, в свою чергу, приводить до проблеми знаходження похідної від матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$ , яка не є фіксованою та, крім того, отримана в результаті множення векторів  $\mathbf{y}(t)$ , складених з невідомих параметрів сигналів від  $M + K$  незалежних джерел [72], [73].

Тому, будемо вирішувати задачу мінімізації матричної норми (3.30) за допомогою імітаційного моделювання та чисельних методів.

Запишемо алгоритми, аналогічні до алгоритмів (3.3), (3.10) та (3.11), безпосереднього та рекурентного обчислення регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$ .

З (3.26) отримаємо, що

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) + \frac{g(L)}{L} \cdot \mathbf{I} = \frac{1}{L} \left[ \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) + g(L) \cdot \mathbf{I} \right].$$

Тоді, прямий алгоритм обчислення регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  має вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L) = L \left[ \sum_{j=1}^L \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) + g(L) \cdot \mathbf{I} \right]^{-1}. \quad (3.31)$$

Для першого рекурентного алгоритму з (3.26) отримаємо, що

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L) &= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L-1} \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) + \frac{1}{L} \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) + \mu(L) \cdot \mathbf{I} = \\ &= \frac{L-1}{L} \cdot \frac{1}{L-1} \sum_{j=1}^{L-1} \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}^H(t) + \frac{L-1}{L} \mu(L) \cdot \mathbf{I} + \frac{1}{L} \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) + \frac{1}{L} \mu(L) \cdot \mathbf{I} = \\ &= \frac{1}{L} \left[ (L-1) \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L-1) + \mathbf{y}(L) \cdot \mathbf{y}^H(L) + \mu(L) \cdot \mathbf{I} \right]. \end{aligned}$$

Тоді, рекурентний алгоритм, записаний в формі аналогічній до алгоритму (3.10), обчислення регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  при початковій умові

$\mathbf{R}(1) = \mathbf{y}(1) \cdot \mathbf{y}^H(1) + \mu(1) \cdot \mathbf{I}$  прийме вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(k) = k \left[ (k-1) \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(k-1) + \mathbf{R}_{\mu k} \right]^{-1}; \quad k = \overline{2, L}, \quad (3.32)$$

де  $\mathbf{R}_{\mu k} = \mathbf{y}(k) \cdot \mathbf{y}^H(k) + \mu(k) \cdot \mathbf{I}$ .

Очевидно, що алгоритм аналогічний до алгоритму (3.11) для регуляризованої оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  має вигляд

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(k) = \frac{k}{k-1} \left[ \mathbf{I} - \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(k-1) \cdot \mathbf{R}_{\mu k}}{(k-1) + \text{tr}[\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(k-1) \cdot \mathbf{R}_{\mu k}]} \right] \cdot \tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(k-1). \quad (3.33)$$

Проведений в пункті 3.1 аналіз поведінки матричних норм  $\beta(L)$ , побудованих по оцінкам (3.3), (3.5), (3.8), а саме, характер збіжності їх траєкторій (рис. 3.1–3.3), дозволяє обмежитися дослідженням слушності та обчислювальної стійкості тільки другого рекурентного алгоритму (3.33).

Функція  $\beta_{\mu}(L, g)$  квадратична, тому є «поганою» гладкою функцією та її графічним зображенням є поверхня з так званим «яром» [74].

На рис. 3.5 надана поверхня  $\beta_{\mu}(L, g)$  (рис. 3.5 а) та її лінії рівня (рис. 3.5.б) при довільних значеннях параметра  $g > 0$  функції динамічної регуляризації (3.28), отриманих як результат усереднення двохсот проведених випробувань для матриці  $\mathbf{R}$  порядку  $N = 20$  та її вибіркової оцінки  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$ , обчисленої за рекурентним алгоритмом (3.33).

Координати «дна яру» створюють деяку траєкторію, яка задовольняє рішенням оптимізаційної задач (3.33) відносно параметра  $g$

$$\beta_{\mu}(L)_{opt} = \min_{g \in \Omega_g} \beta_{\mu}(L, g),$$

де  $\Omega_g$  – множина можливих значень параметра  $g > 0$ .

Мінімізація «функції яру» класичними градієнтними методами не ефективна, оскільки для таких функцій відношення найбільшого власного значення матриці Гессе до найменшого значення в околі точки мінімуму велике.

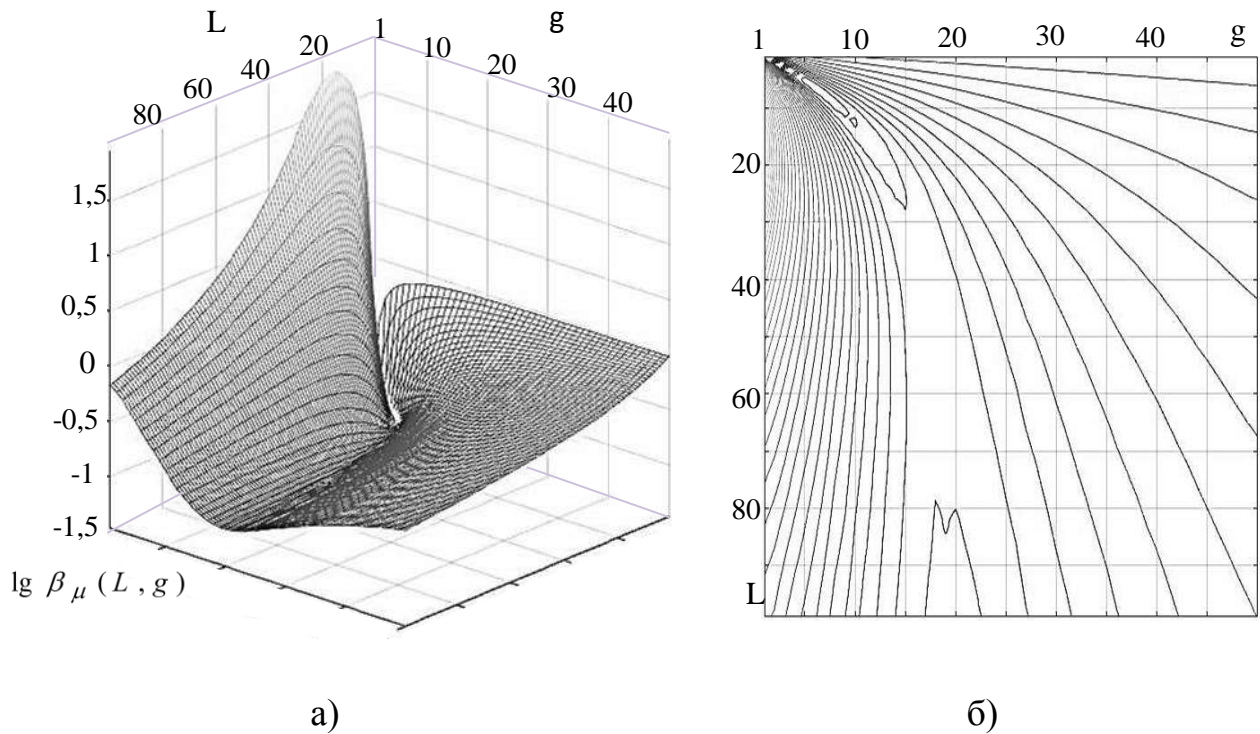


Рис. 3.5 Значення матричної норми  $\beta_\mu(L, g)$  в залежності від об'єму вибірки  $L$  та параметра  $g$  : а – поверхня; б – лінії рівня.

Як наслідок, траєкторія найшвидшого спуску в околі мінімальної точки складається з коротких зигзагоподібних кусків та для досягнення достатньої близькості до граничної точки знадобиться велика кількість ітераційних кроків [75].

Цю поведінку траєкторії «дна яру», відповідна до результатів моделювання поверхні  $\beta_\mu(L, g)$  (рис. 3.5 а) можна побачити на рис. 3.6 у вигляді ламаної лінії.

Низька ефективність градієнтних методів при мінімізації функцій «яру» викликала створення спеціально орієнтованих на розв'язок таких задач евристичних процедур: метод Гельфанда-Цейтліна, великого ярового кроку, спряжених градієнтів, змінної метрики. Задача цих методів полягає в тому, щоб за невелику кількість ітераційних кроків гарно покращити точку наближення до розв'язка задачі для наступного використання цієї точки іншими методами [75].

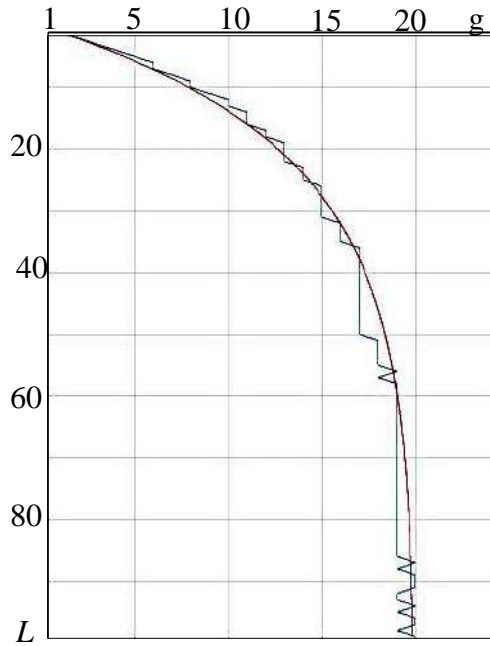


Рис. 3.6 Теоретична та експериментальна траєкторії кривої «дна яру»  $g(L)$ .

Характер поведінки експериментальної траєкторії «дна яру» дозволяє зробити припущення щодо збіжності значень теоретичної кривої  $g(L)$  за експоненціальним законом до розмірності  $N$  адаптивної решітки при збільшенні об'єму вибірки  $L$ . Тому, будемо шукати криву  $g(L)$  у вигляді

$$g(L) = N + C e^{-\frac{L}{N}}$$

де  $C$  – невідомий коефіцієнт та  $g(1) = 1$ .

Складемо диференціальне рівняння, яке описує поведінку траєкторії «дна яру». Для цього необхідно розв'язати систему рівнянь, яка складається з функції  $g(L)$  та її похідної за змінною  $L$  з тим, щоб виключити невідомий коефіцієнт  $C$  [76]. Отримаємо

$$\begin{cases} g(L) - N - C e^{-\frac{L}{N}} = 0 \\ g'(L) + \frac{C}{N} e^{-\frac{L}{N}} = 0 \end{cases} .$$

З першого рівняння отримаємо

$$C = (g(L) - N) e^{\frac{L}{N}}.$$

Підставивши це значення до другого рівняння, отримаємо лінійне неоднорідне рівняння I-го порядку

$$g'(L) + \frac{1}{N} g(L) = 1$$

з початковою умовою  $g(1) = 1$ .

З початкової умови знайдемо значення довільної сталої  $C$

$$C = (1 - N) e^{\frac{1}{N}}.$$

Тоді, розв'язком задачі Коші для даного диференціального рівняння буде функція

$$g(L) = N + (1 - N) e^{-\frac{L-1}{N}}. \quad (3.34)$$

Теоретична крива  $g(L)$  надана на рис. 3.6 неперервною гладкою лінією. Порівняння залежностей на рис. 3.5 та 3.6 вказує на узгодженість теоретичних та експериментальних даних.

Отримана залежність (3.34) відображає процес збіжності динамічного параметра  $g(L)$  до його оптимального значення

$$g_{opt} = \lim_{L \rightarrow \infty} g(L) = \lim_{L \rightarrow \infty} \left( N + (1 - N) e^{-\frac{L-1}{N}} \right) = N.$$

Отже, оптимальна функція динамічної регуляризації (3.28) має вигляд

$$\mu_{opt}(L) = \frac{N}{L}. \quad (3.35)$$

Очевидно, що ця функція є нескінченно малою функцією та задовольняє другу умову (3.29) регуляризуючого оператора. Запропонована процедура динамічної регуляризації (3.35) має наступні переваги:

- однозначно пов'язує функцію динамічної регуляризації  $\mu_{opt}(L)$  із розмірністю матриці  $N$  та об'ємом  $L$  вибірки, що спостерігається;
- відрізняється простотою обчислювальних операцій в реальному масштабі часу за відсутністю апріорної інформації;
- знімає проблему вибору параметра регуляризації в умовах апріорної невизначеності відносно початкових даних обчислювальної задачі.

Основною перевагою функції динамічної регуляризації  $\mu_{opt}(L)$  є задоволення критерію «обчислювальна стійкість – слушність» оцінок (3.31), (3.32), (3.33) матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  довільного порядку  $N$ . Вірність цього твердження підтверджують траєкторії збіжності  $\beta_{\mu}(L)$  оцінки (3.33), надані суцільними лініями на рис. 3.7 для матриці  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}^{-1}(L)$  порядків  $N = 10; N = 30$  та  $N = 50$ . Тут же, для порівняння, штриховими лініями наведені траєкторії збіжності  $\beta(L)$  не регуляризованої оцінки (3.11).

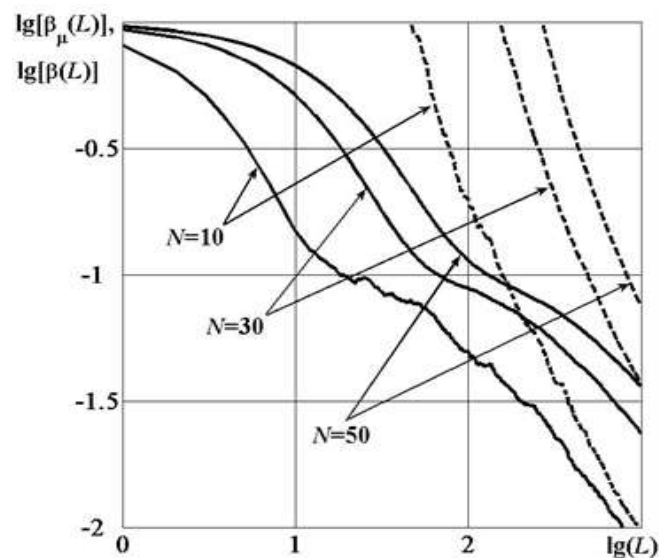


Рис. 3.7 Траєкторії регуляризованої  $\beta_{\mu}(L)$  та не регуляризованої  $\beta(L)$  оцінок для матриць порядку  $N = 10; N = 30$  та  $N = 50$ .

Дані траєкторії залежностей ілюструють втрату обчислювальної стійкості оцінки (3.11) при  $L < N$ , що непритаманно оцінці (3.33) з оптимальною функцією динамічної регуляризації  $\mu_{opt}(L)$ .

### 3.4 Висновки

1. Запропонований метод динамічної регуляризації має властивість саморегуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень та представляє альтернативу статичній регуляризації, дозволяючи виключити з розв'язку оберненої задачі область обчислювальної нестійкості з максимальними інформаційними втратами.

2. Крім того, динамічна регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень дозволяє отримати рішення оберненої задачі в режимі реального часу без залучення апріорних даних та додаткових обчислювальних затрат на пошук оптимального значення параметра регуляризації [77], [78].

3. На практиці динамічна регуляризація вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень розширює можливості інформаційних систем, пов'язаних з розв'язком некоректних обернених задач в умовах апріорної невизначеності відносно початкових даних.



#### **РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ЗОБРАЖЕНЬ НА ФОНІ АДИТИВНИХ ШУМОВИХ ЗАВАД ДОВІЛЬНОЇ ІНТЕНСИВНОСТІ МЕТОДАМИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

При вирішенні багатьох задач в різних галузях науки та техніки часто зустрічаються випадки, коли їх аналітичний розв'язок внаслідок значних математичних складнощів практично неможливий, а проведення експериментальних досліджень та натуральних випробувань потребує великих затрат часу та засобів. Однією з ефективних мір подолання цих труднощів є застосування імітаційного моделювання. Серед методів прикладного системного аналізу імітаційне моделювання є найбільш потужним інструментом дослідження складних інформаційних систем, функціонуючих в умовах апріорної невизначеності [79], [80], [81], [82].

Імітаційне моделювання це процес конструювання моделі реальної системи та постановки експериментів на цій моделі з метою або зрозуміти поведінку системи, або оцінити (в межах обмежень, які накладаються деяким критерієм або сукупністю критеріїв) різні стратегії, які забезпечують функціонування даної системи.

Ціллю імітаційного моделювання є: опис поведінки системи; побудова теорії та гіпотези, які можуть пояснити поведінку, що спостерігається; використання цієї теорії для прогнозування майбутньої поведінки системи, тобто тих впливів, які можуть бути викликані змінами в системі або зміненням засобів її функціонування.

Порівняно з іншими методами дослідження імітаційне моделювання дозволяє розглядати більшу кількість альтернатив, покращувати якість керування системою та точніше прогнозувати її поведінку.

Порівняльний аналіз результатів імітаційного моделювання та результатів, які отримані аналітичними методами, дозволяє судити про адекватність та практичність розроблених теоретичних положень.

Тому експериментальна перевірка основних теоретичних результатів

дисертаційної роботи передбачає застосування статистичної імітаційної моделі до дослідження процесу відновлення сигналів зображень на фоні адитивних шумів довільної інтенсивності.

#### **4.1 Побудова статистичної моделі процесу відновлення сигналів зображень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою**

Ціллю статистичного моделювання в даному дослідженні є:

- формування за допомогою пакета прикладних програм MATLAB [16, 83, 84] дискретної реалізації випадкового процесу (2.14), який математично описує сигнал на вході до каналів прийому адаптивної антенної решітки;
- оцінка впливу шумів довільної інтенсивності на результат відновлення сигналів зображень різними методами просторової фільтрації;
- підтвердження ефективності та оптимальності метода динамічної регуляризації вибіркового оцінок кореляційної матриці процесу (2.14) для рішення задачі відновлення сигналів зображень.

На рис. 4.1 надана узагальнена структура статистичної моделі для дослідження процесу відновлення сигналів зображень на фоні адитивних шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

У якості критерію оптимальності обраний критерій мінімуму нормованої середньоквадратичної помилки на виході інформаційної системи з адаптивною антенною решіткою.

В розглянутій тут статистичній моделі сигнал зображення  $\mathbf{s}(i)$  є вектором, отриманим перетворенням відповідного сигналу двовірного зображення; зовнішні завади та внутрішні шуми елементів адаптивної антенної решітки уявляють собою комплексні випадкові процеси, які об'єднані до одного вектору  $\mathbf{n}(i)$ ; оператор  $P:G^1 \rightarrow G^1$  перетворює векторний процес  $\mathbf{y}(i)$  до оцінки сигналу зображення  $\tilde{\mathbf{s}}(i)$ ;  $i=\overline{1,L}$  – номер реалізації із простору випадкової вибірки процесу об'єму  $L$ .

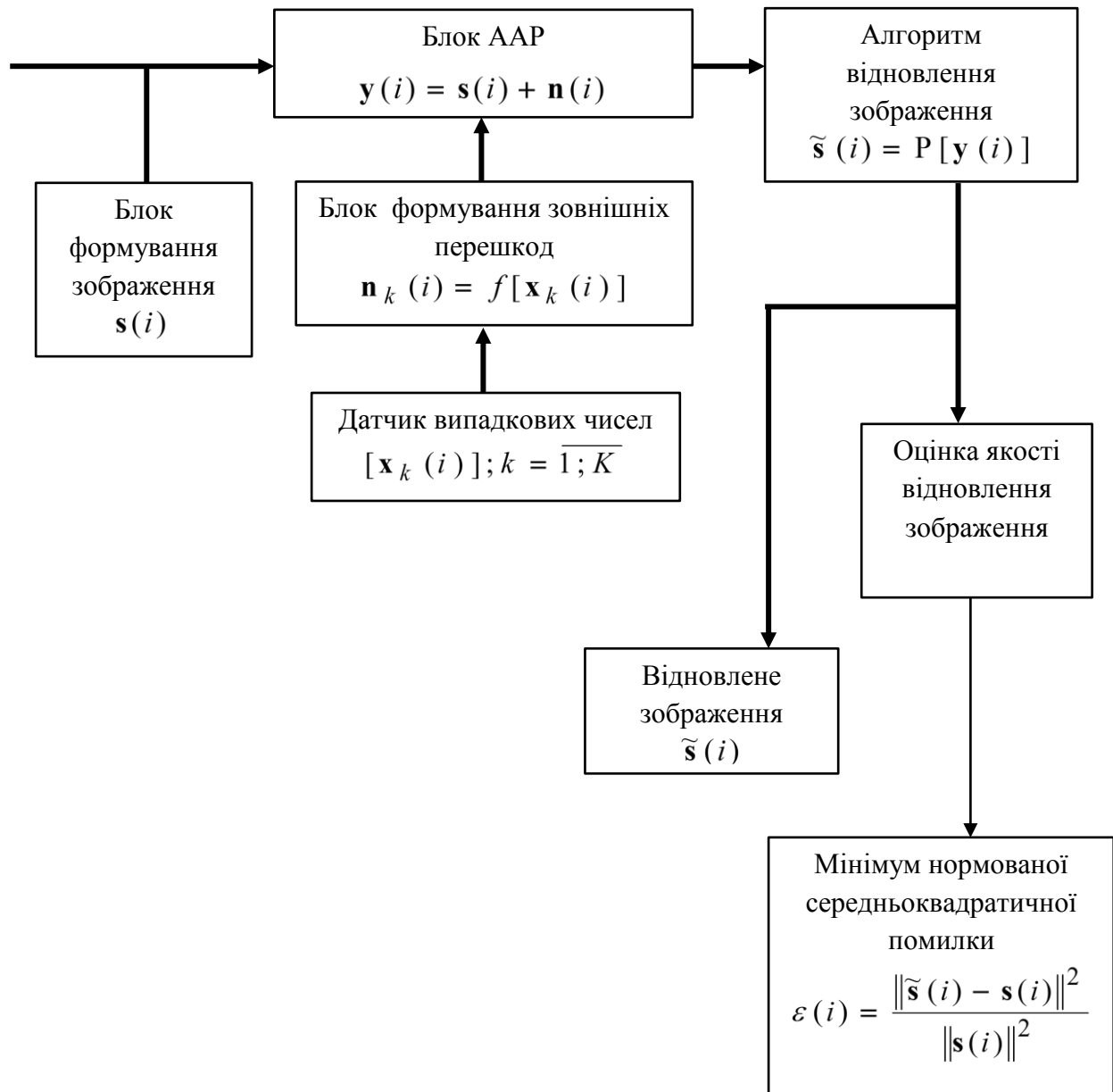


Рис.4.1 Узагальнена структура статистичної моделі процесу відновлення сигналу зображення на фоні адитивних шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

В моделі використано монохромне зображення, для завантаження якого в робочій простір MATLAB застосована функція  $A = \text{imread}('filename')$ , де *filename* – повне ім'я файлу зображення, яке завантажується. Ця функція розміщує зображення до трьохмірного масиву *A*, розмір якого визначається за допомогою функції  $[X, Y, Z] = \text{size}(A)$ . Оскільки елементи яскравості монохромного зображення належать до класу *uint8* (тобто надані цілими числами з інтервалу

[0;255]), то для їх подальшої обробки в блоці адаптивної антенної решітки виконується конвертація до класу дійсних чисел з плаваючою комою *single*.

Алгоритм формування дискретних відліків сигналу зображення  $\mathbf{s}(i)$  передбачає перетворення одного з прошарків отриманого масиву  $AI=A(:, :, I)$  до вектора-стовпця розміру  $(X \cdot Y) \times 1$  та має наступний вигляд

$$s = \text{single}(AI(:)).$$

Для генерування випадкових вибірових значень  $\mathbf{x}_k(i); k = \overline{1, K}$  використовувалось звернення до функції  $\text{randn}(1, L)$ , яка формує масив розміру  $1 \times L$ , елементами якого є випадкові величини, розподілені за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням рівним 1.

Алгоритм формування зовнішніх завад передбачає перетворення масиву випадкових чисел  $\text{randn}(1, L)$  за алгоритмом

$$n_k = \sigma_k \times \text{randn}(1, L),$$

де  $\sigma_k$  – потужність  $k$ -й завади;  $K$  – кількість незалежних джерел завад;  $L$  – довжина вибірки.

Аналогічно формується матриця внутрішніх шумів елементів адаптивної антенної решітки

$$n_0 = \sigma_0 \times \text{randn}(N, L),$$

де  $\sigma_0$  – потужність внутрішнього шуму;  $N$  – число елементів адаптивної антенної решітки.

В інформаційній системі, яка розглядається, напрямки надходження сигналу зображення  $\theta_s$  та зовнішніх завад  $\theta_k; k = \overline{1, K}$  будемо вважати відомими. Тоді, у відповідності до алгоритму (2.9) векторний процес  $\mathbf{y}(i)$  сформований в блоці адаптивної антенної решітки та, який є матрицею розміру  $N \times L$ , буде мати вигляд

$$y = V \times [s'; n_1; n_2; \dots; n_K] + n_0,$$

де  $s'$  транспонована матриця  $s$ ;  $V$  – матриця фазових зсувів розміру  $N \times (K + 1)$ , яка об'єднує стовпці, сформовані за алгоритмом

$$(\exp(j \times \theta))^{(1-n)}; n = \overline{1, N}.$$

Оператор  $P: G^1 \rightarrow G^1$ , перетворюючий векторний процес  $y(i)$  до оцінки сигналу зображення  $\tilde{s}(i)$  обирається в залежності від алгоритму відновлення сигналу зображення.

В даному дослідженні у якості таких алгоритмів були обрані фільтр Вінера (додаток А таблиця 3), медіанна фільтрація (додаток А таблиця 4) та алгоритм (2.20) на основі інверсії вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень.

Крім того, інверсію вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень будемо здійснювати безпосередньо (3.3) та за допомогою методів статичної (3.14) та динамічної регуляризації (3.31).

Ефективність розглянутих методів будемо перевіряти суб'єктивно, використовуючи функцію *imshow* для виводу на екран відновленого зображення та об'єктивно, за допомогою критерію мінімуму нормованої середньоквадратичної помилки

$$\varepsilon(i) = \frac{\|\tilde{s}(i) - s(i)\|^2}{\|s(i)\|^2}.$$

#### **4.2 Результати статистичного моделювання процесу відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою на основі інверсії вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень**

Статистичний експеримент проводився за наступних умов. Об'єм статистичної вибірки  $L = 1000$ . Напрямок прийому сигналу зображення

$\theta_s = 0^\circ$ . Джерело шумової завади рознесено з джерелом сигналу зображення на  $10^\circ$ . Відносний рознос сусідніх каналів прийому дорівнює  $d/\lambda = 0,5$ . Розмірність адаптивної антенної решітки  $N = 20$ . Розглядалися наступні випадки перевищення рівня сигналу зображення над рівнем адитивної шумової завади  $SNR = -10$ дБ;  $SNR = 0$ дБ;  $SNR = 20$ дБ. На рис. 4.2 надано початкове (не спотворене завадами) зображення розміру  $600 \times 600$  пікселів.



Рис. 4.2 Початкове зображення.

Графіки на рис. 4.3 уявляють собою усереднені функціональні залежності значень нормованої середньоквадратичної помилки від рівня перевищення сигналу зображення над рівнем адитивної шумової завади у випадку відновлення сигналу зображення за допомогою медіанного фільтра, фільтра Вінера та безпосередньої інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень для 20 проведених випробувань. Тут для випадку відновлення сигналу зображення за допомогою інверсії вибіркової кореляційної матриці, крім усередненого графіку наведені також й графіки всіх 20 випробувань.

Графіки функціональних залежностей на рис. 4.3 є відображенням об'єктивної оцінки якості відновлення сигналу зображення розглянутими методами. Очевидно, що для метода відновлення сигналу зображення за допомогою безпосередньої інверсії вибіркової кореляційної матриці

спостережень значення нормованої середньоквадратичної помилки менше за 0,1 при будь-якому відношенні сигнал/шум. Крім того, при  $SNR \geq -10$  дБ це значення стає постійним та не перевищує 0,003.

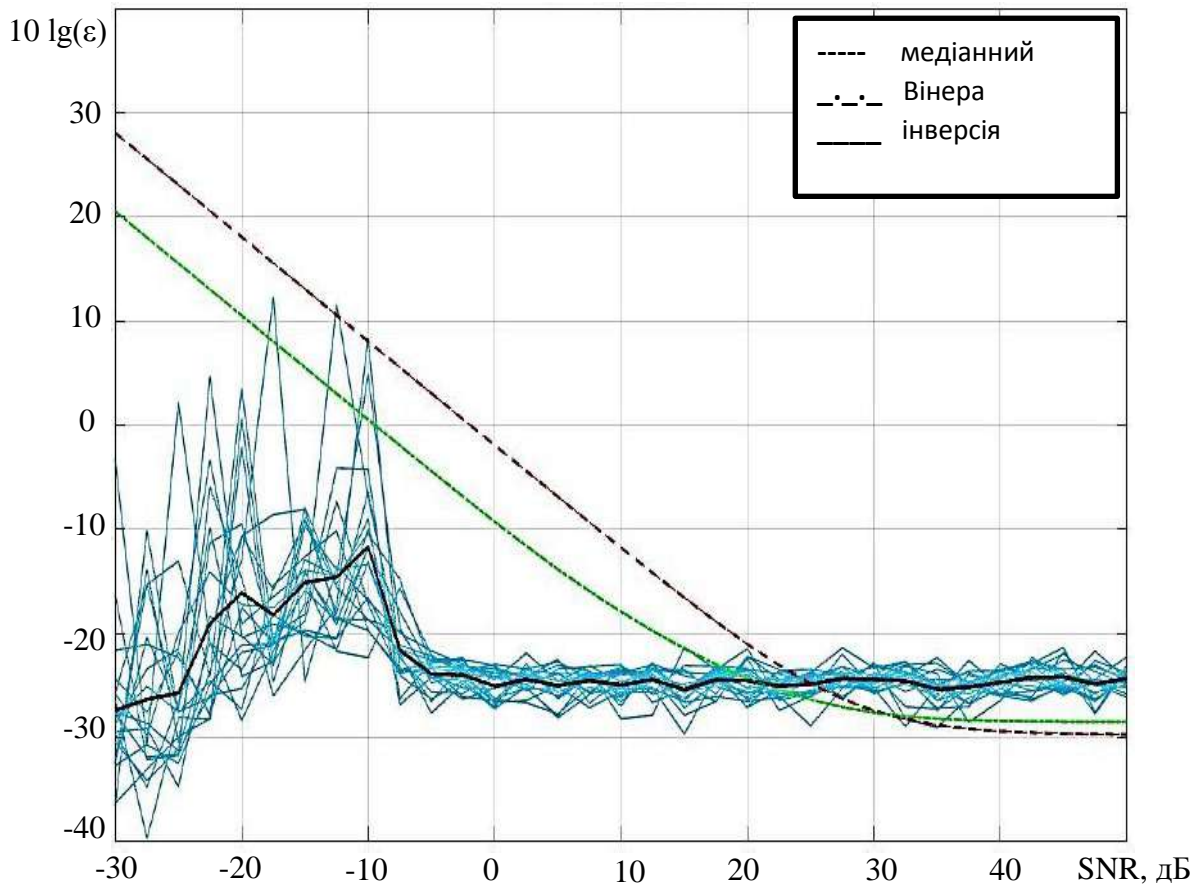
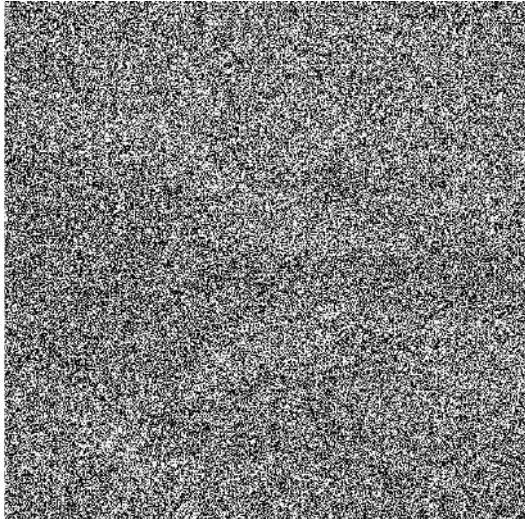


Рис. 4.3 Графіки функціональних залежностей значень середньоквадратичної помилки від відношення сигнал/шум у випадку відновлення зображення медіанним фільтром, фільтром Вінера та за допомогою інверсії вибіркової КМ спостережень.

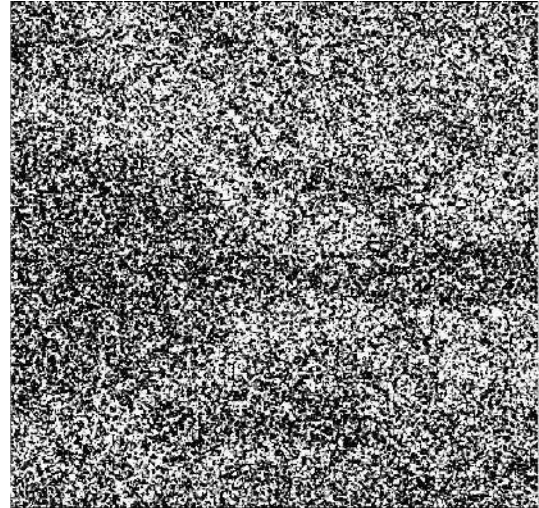
В той же самий час, для методів відновлення сигналу зображення за допомогою медіанної та вінеровської фільтрації область стійкості значень нормованої середньоквадратичної помилки починається зі значення  $SNR \geq 30$  дБ.

Отримані графіки функціональних залежностей значень нормованої середньоквадратичної помилки від відношення сигнал/шум у випадку відновлення сигналу зображення медіанним фільтром та фільтром Вінера наочно підтверджують висновки, зроблені на основі аналізу існуючих методів просторової фільтрації та результатів випробувань, проведених в пункті 1.4.

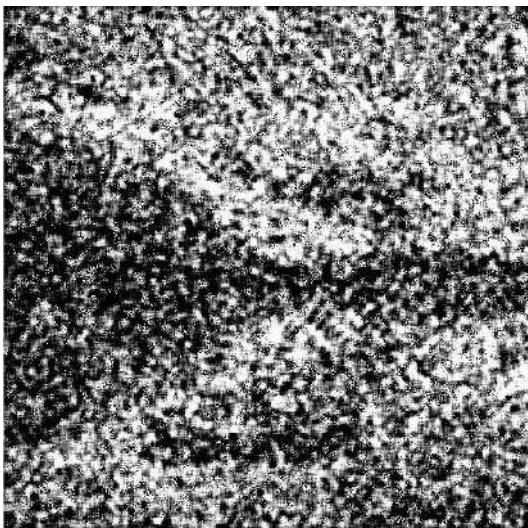
На рис. 4.4 – 4.6 надані результати відновлення зображення (рис.4.2) за допомогою медіанної, вінеровської фільтрації та безпосередньою інверсією вибіркової кореляційної матриці спостережень у випадку перевищення рівня сигналу зображення над рівнем адитивної шумової завади  $SNR = -10$  дБ;  $SNR = 0$  дБ;  $SNR = 20$  дБ.



а)



б)



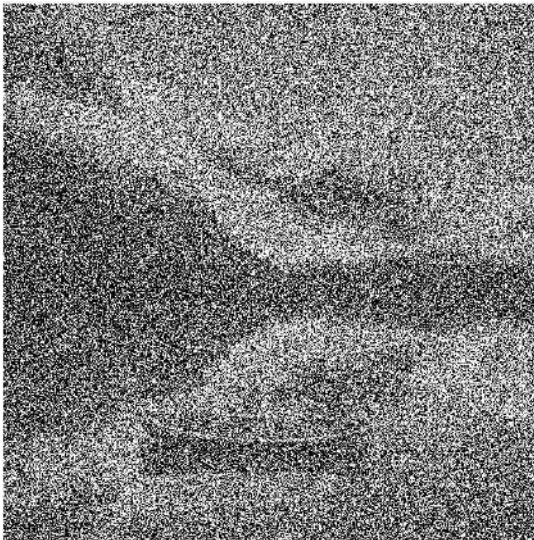
в)



г)

Рис.4.4 (а) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR = -10$  дБ. Результати обробки зображення: (б) медіанним фільтром, (в) фільтром Вінера, (г) за допомогою безпосередньої інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень.





а)



б)



в)



г)

Рис.4.5 (а) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR=0$  дБ. Результати обробки зображення: (б) медіанним фільтром, (в) фільтром Вінера, (г) за допомогою безпосередньої інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень.



а)



б)



в)



г)

Рис.4.6 (а) Зображення, спотворене адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR=20$  дБ. Результати обробки зображення: (б) медіанним фільтром, (в) фільтром Вінера, (г) за допомогою безпосередньої інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень.

Візуальна (суб'єктивна) оцінка якості відновленого зображення, яке приймається на фоні шумових завад довільної інтенсивності та надана на рис. 4.4 – 4.6, дозволяє зробити висновок про перевагу застосування методу відновлення сигналу зображення на основі інверсії вибіркової кореляційної матриці спостережень.

Статистичний експеримент був проведений для вибірки об'єму  $L=1000$ . При такому об'ємі інверсія вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень, внаслідок її здатності до саморегуляризації, є стійкою незалежно від методу, яким вона була отримана (безпосередньою інверсією, статичною або динамічною регуляризацією). Але у випадку короткої вибірки, як було показано в пунктах 3.1 та 3.2, інверсія вибіркової оцінки кореляційної матриці, отримана безпосередньо або за допомогою статичної регуляризації є нестійкою і, отже, дає поганий результат в процесі відновлення зображення.

На рис. 4.7 надані графіки функціональних залежностей значень нормованої середньоквадратичної помилки від об'єму вибірки при відношенні сигнал/шум  $SNR = -10$  дБ у випадку відновлення сигналу зображення за допомогою безпосередньої інверсії та методів статичної і динамічної регуляризації. Тут параметр статичної регуляризації  $\mu = 0,1$ .

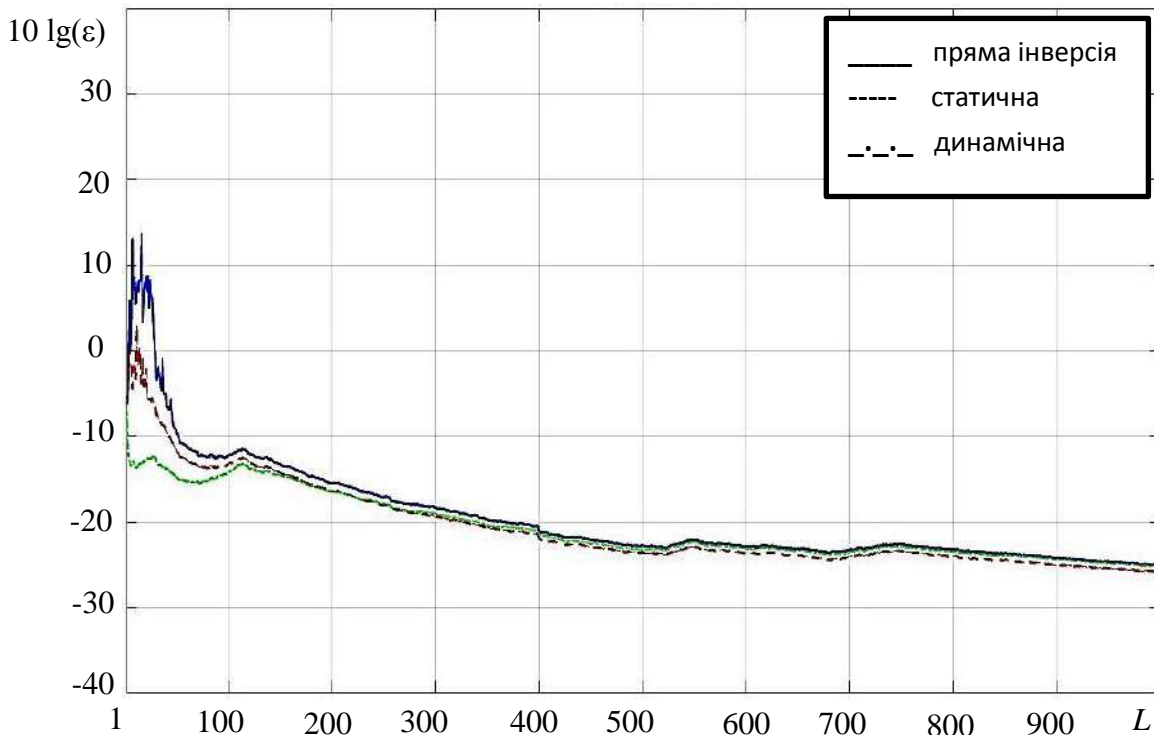


Рис. 4.7 Графіки функціональних залежностей значень нормованої середньоквадратичної помилки від об'єму вибірки.

Графіки на рис. 4.7 наочно демонструють ідентичність їх поведінки для об'єму вибірки більшому, ніж 150. Розглянемо більш детально поведінку цих функціональних залежностей у випадку короткої вибірки. На рис. 4.8 надана збільшена ділянка рис.4.7 для об'єму вибірки  $L$  з інтервалу [1; 150].

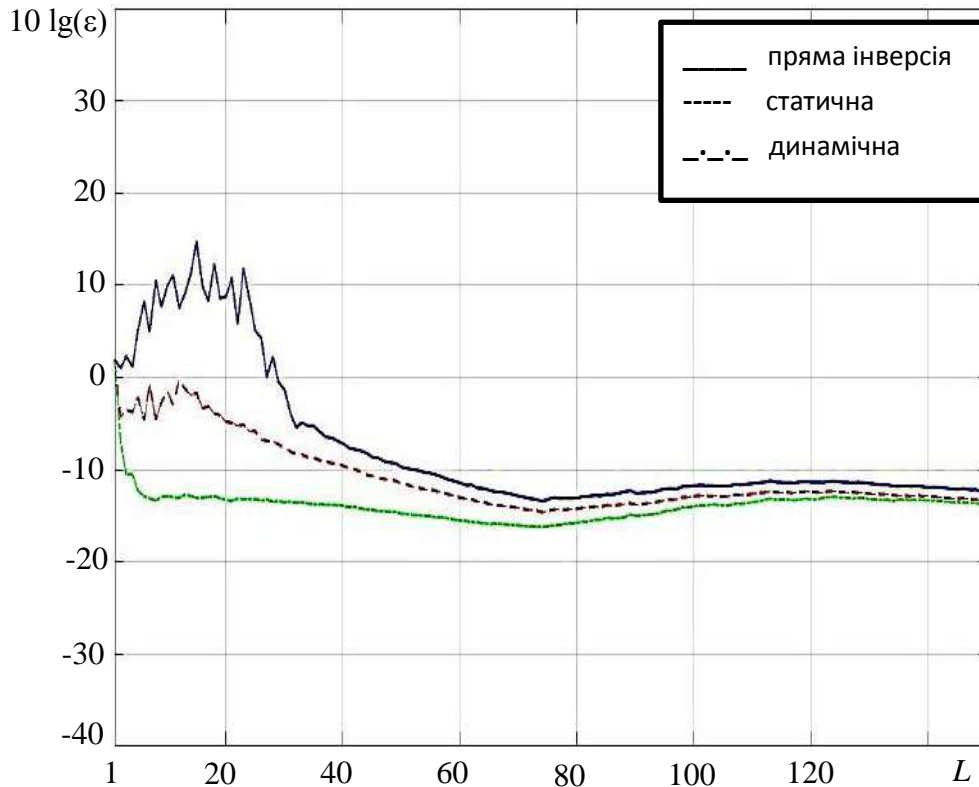


Рис. 4.8 Збільшена ділянка рис. 4.7 для об'єму вибірки  $L$  з інтервалу [1;150].

Графіки на рис. 4.8 є об'єктивним підтвердженням того, що для короткої вибірки із вхідного процесу нормована середньоквадратична помилка є нестійкою у випадку отримання її на основі безпосередньої інверсії кореляційної матриці або методі статичної регуляризації. Крім того, вони наочно демонструють, що в цьому випадку, як було сказано в пункт 3.2, для отримання стійкої оцінки інверсії вибіркової оцінки кореляційної матриці необхідно накопичення не менше ніж  $L \approx 2N$  вибірок із вхідного векторного процесу.

На рис. 4.9 та 4.10 надані результати відновлення сигналу зображення при відношенні  $SNR = -10$  дБ (рис. 4.4 а) за допомогою методів безпосередньої

інверсії, статичної та динамічної регуляризації та значення відповідних до них середньоквадратичних помилок для об'єму вибірки  $L=10$  та  $L=50$  (лістинг програми 2 додаток Б).

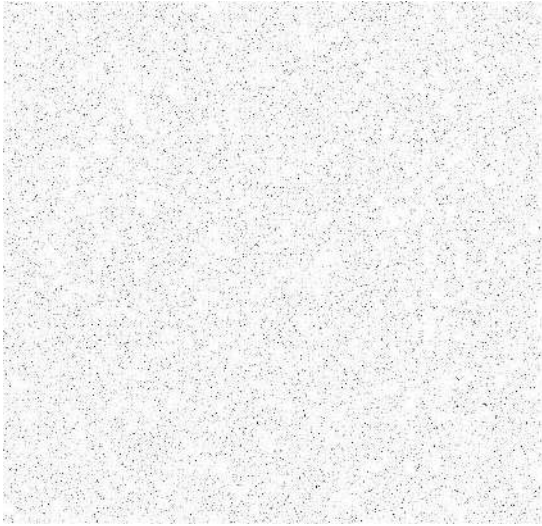
а)  $\varepsilon = 9,94$ б)  $\varepsilon = 0,34$ в)  $\varepsilon = 0,06$ 

Рис.4.9 Результати обробки зображення спотвореного адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR = -10$  дБ для об'єму вибірки  $L=10$  методами: (а) безпосередньої інверсії, (б) статичної регуляризації, (в) динамічної регуляризації.

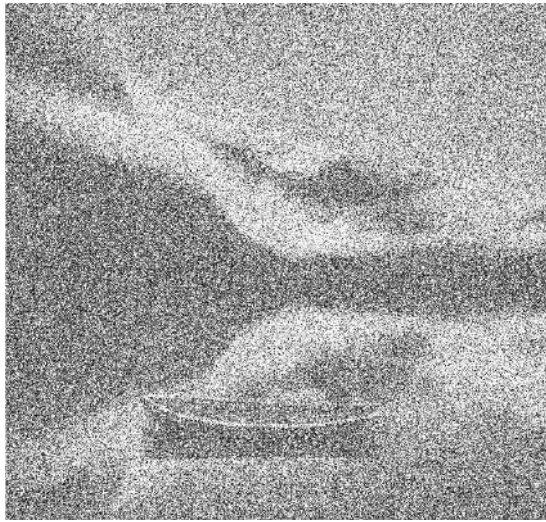
а)  $\varepsilon = 0,65$ б)  $\varepsilon = 0,31$ в)  $\varepsilon = 0,05$ 

Рис.4.10 Результати обробки зображення спотвореного адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім при  $SNR = -10$  дБ для об'єму вибірки  $L=50$  методами: (а) безпосередньої інверсії, (б) статичної регуляризації, (в) динамічної регуляризації.

Зображення, надані на рис. 4.9 та 4.10 є суб'єктивною оцінкою якості їх відновлення за допомогою інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень при різних методах її отримання (безпосередня інверсія, статична та динамічна регуляризації).

Отримані результати наочно підтверджують перевагу метода динамічної регуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень при

знаходженні її інверсії та наступному відновленні зображення у випадку короткої вибірки.

Очевидно, що цей метод є ефективним у випадку великої розмірності адаптивної антенної решітки, оскільки скорочує обчислювальні затрати в інформаційній системі [85], [86].

Для підтвердження адекватності та практичності розроблених теоретичних положень проведемо порівняльний аналіз результатів імітаційного теоретичного моделювання процесу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності в неадаптивній та адаптивній інформаційних системах та статистичного моделювання процесу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності методом інверсії вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

Побудуємо теоретичну модель процесу відновлення сигналу зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності в неадаптивній та адаптивній інформаційних системах.

За відсутністю дефокусуєчих ефектів відліки процесу, що спостерігається на вході прийому в неадаптивній інформаційній системі можуть бути розгорнуті до  $M$ -мірного вектора-стовпця

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k + \mathbf{n}_0 ,$$

де  $\mathbf{s}$  – вектор початкового (не зашумленого) зображення;  $\mathbf{n}_0$  – вектор внутрішніх шумів каналу прийому;  $\mathbf{n}_k$  – вектор зовнішньої шумової завади від  $k$ -го джерела, довільно розташованого в просторі відносно точки прийому.

Внаслідок випадкового характеру векторних процесів  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{n}_0$ ,  $\mathbf{n}_k$ , вектор спостереження  $\mathbf{y}$  доцільно надати середньоквадратичними значеннями відліків

$$\sigma(\mathbf{y}) = (\sigma(y_1) \quad \sigma(y_2) \quad \dots \quad \sigma(y_M))^T = \sqrt{\text{diag } M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H]} \cdot \mathbf{1},$$

де  $\sigma(y_i); i = \overline{1, M}$  – середньоквадратичне значення  $i$ -го елементу векторного процесу, що спостерігається;  $\mathbf{1} = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$  – одиничний  $M$ -мірний вектор;  $\text{diag } M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H]$  – діагональна матриця, складена з елементів головної діагоналі кореляційної матриці  $M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H]$  вигляду (2.12)

$$\text{diag } M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H] = \begin{pmatrix} \sigma^2(y_1) & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \sigma^2(y_M) \end{pmatrix}.$$

Внаслідок відсутності статистичної залежності між векторами  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{n}_0$ ,  $\mathbf{n}_k; k = \overline{1, K}$  матриця кореляційних моментів вхідного векторного процесу, має вигляд

$$M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H] = M[\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^H] + \sum_{k=1}^K M[\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{n}_k^H] + M[\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_0^H],$$

де враховано, що  $M[\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{n}_k^H] = 0$  для  $i \neq j; i, j = \overline{1, K}$ .

Оскільки кореляція між відліками в кожному з векторів  $\mathbf{n}_0$  та  $\mathbf{n}_k$  відсутня, то

$$M[\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{n}_k^H] = P_k \cdot \mathbf{I}; \quad M[\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_0^H] = P_0 \cdot \mathbf{I},$$

де  $P_k, P_0$  – потужності шумової завади від  $k$ -го джерела та внутрішнього шуму, відповідно.

Нехай вектор початкового зображення подано в мультиплікативній формі  $\mathbf{s} = \sqrt{P_c} \cdot \mathbf{r}$ , де  $\sigma_c = \sqrt{P_c}$  – середньоквадратичне значення амплитуди зображення  $\mathbf{s}$ , яка залежить від потужності  $P_c$  корисного сигналу, що передається по радіоканалу;  $\mathbf{r}$  – нормований модуляційний вектор, залежний від інформаційної ємності зображення.



Тоді,

$$M[\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^H] = P_c \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^H.$$

З урахуванням наведеного вище, кореляційна матриця спостережень та вектор середньоквадратичних відліків процесу, що спостерігається, має вигляд

$$M[\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^H] = P_c \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^H + \left( P_0 + \sum_{k=1}^K P_k \right) \mathbf{I}.$$

$$\sigma(\mathbf{y}) = \sqrt{P_c \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^H + \left( P_0 + \sum_{k=1}^K P_k \right) \cdot \mathbf{1}}. \quad (4.1)$$

Вираз (4.1) є теоретичною моделлю зображення, що приймається в умовах зовнішніх шумових завад та внутрішнього шуму по радіоканалу не адаптивної системи.

З (4.1) випливає, що за умов впливу інтенсивних зовнішніх шумових завад, тобто при  $q_k = P_k/P_0 \gg 1$ ;  $q_k \gg q_c = P_c/P_0$ , якість зображення, що приймається по радіоканалу, буде незадовільною.

Якщо відновлення зображення в умовах шумових завад довільної інтенсивності відбувається в адаптивній інформаційній системі з просторовим рознесенням  $N$ -каналів прийому, то результат обробки векторного процесу  $\mathbf{y}$  відповідно алгоритму (2.16) вагового підсумовування, буде мати вигляд

$$\tilde{\mathbf{s}} = \sum_{i=1}^N w_i \cdot \mathbf{y}_i,$$

где  $\mathbf{y}_i$  – векторний процес в  $i$ -му каналі вагового суматора;  $\mathbf{w} = (w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N)^T$  – параметричний вектор-стовпець, що формується в процесі адаптації системи до зовнішньої «сигнально-завадової» обстановки.

Вектор середньоквадратичних значень відновленого на фоні шумових завад зображення дорівнює

$$\sigma(\tilde{\mathbf{s}}) = \sqrt{\text{diag } M[\tilde{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^H] \cdot \mathbf{1}}.$$

Тоді, з урахування умови вагового підсумовування, матриця кореляційних моментів  $M[\tilde{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^H]$  буде мати вигляд

$$M[\tilde{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^H] = \sum_{i=1}^N w_i^2 \cdot M[\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^H] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j^* \cdot M[\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^H]; \quad i \neq j.$$

Далі, використавши векторне подання зображення, визначимо вектори  $\mathbf{y}_i$ ;  $i = \overline{1, N}$  наступним чином

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{s} \cdot e^{j\varphi_i(\theta_c)} + \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k \cdot e^{j\varphi_i(\theta_k)} + \mathbf{n}_{0i},$$

де  $\varphi_i(\theta)$  – фазовий зсув сигналів в  $i$ -му каналі антенної решітки, якій залежить від відстані між елементами решітки та напрямками прийому плоскої електромагнітної хвилі  $\theta$ .

Вважаючи процеси  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_{0i}$  статистично незалежними, обчислимо кореляційні моменти

$$M[\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^H] = P_c \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^H \cdot e^{j\Delta\varphi_{ij}(\theta_c)} + \left[ \sum_{k=1}^K P_k \cdot e^{j\Delta\varphi_{ij}(\theta_m)} + P_0 \right] \cdot \mathbf{I},$$

де  $\Delta\varphi_{ij}(\theta)$  – різниця фаз процесів в  $i$ -му та  $j$ -му каналах антенної решітки, що дорівнює  $\Delta\varphi_{ij}(\theta) = \varphi_i(\theta) - \varphi_j(\theta)$ .

Отже,

$$M[\tilde{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^H] = P_c(\mathbf{w}) \cdot \mathbf{r} \mathbf{r}^H + P_{3\text{ш}}(\mathbf{w}) \cdot \mathbf{I},$$

де квадратичні форми  $P_c(\mathbf{w})$  та  $P_{3\text{ш}}(\mathbf{w})$  є вихідними потужностями корисного сигналу (с), шумової завади (з) та внутрішнього шуму (ш):

$$P_c(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{A}_c \mathbf{w},$$

$$P_{3ш}(\mathbf{w}) = P_{ш} \cdot \|\mathbf{w}\|^2 + \mathbf{w}^H \mathbf{A}_3 \mathbf{w},$$

де  $\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{A}_3$  – матриці кореляційних моментів відповідних процесів в каналах вагового суматора.

Вектор среднеквадратических отсчетов изображения на выходе  $N$ -мерной адаптивной системы (5.36) можно определить, как

$$\sigma(\tilde{\mathbf{s}}) = \sqrt{P_c(\mathbf{w}) \cdot \text{diag } M[\tilde{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^H] + P_{3ш}(\mathbf{w}) \cdot \mathbf{1}}. \quad (4.2)$$

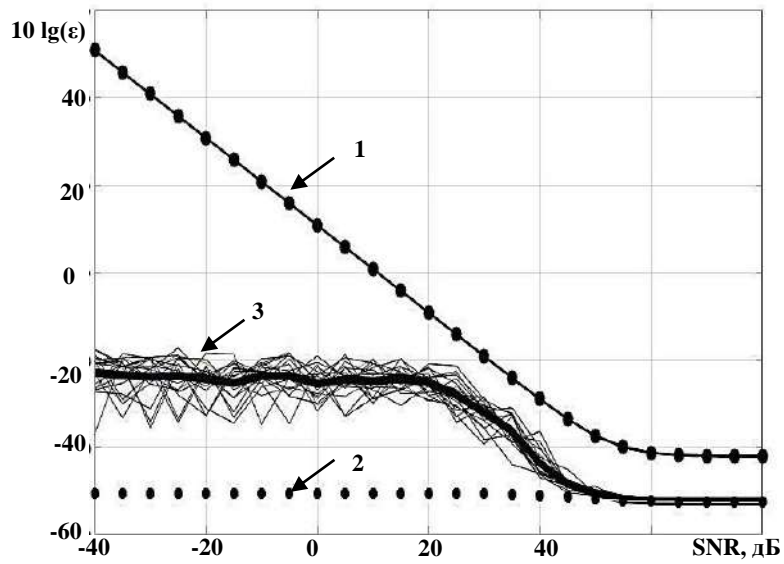
Вираз (4.2) є теоретичною моделлю зображення, що приймається в умовах зовнішніх шумових завад та внутрішнього шуму по радіоканалу адаптивної інформаційної системи.

Адекватність отриманих результатів проілюстровано на рис. 4.12, де наведені теоретичні та експериментальні залежності якості відновлення сигналу зображення (значення середньоквадратичної помилки за формулою (1.10)) від відношення сигнал/шум (рис. 4.12 а) та растри зображення (рис. 4.2) відновленого теоретично та статистично на фоні шумової завади при відношенні  $\text{SNR} = 7$  дБ в неадаптивній (рис. 4.12 б, в) та адаптивній (рис. 4.12 г, д) інформаційних системах, відповідно.

Експеримент проведено методом статистичного моделювання при об'ємі вибірки  $L = 1000$ .

Тут графіки 1 та 2 (рис. 4.12 а) ілюструють результати отриманої якості відновлення сигналу зображення в неадаптивній та адаптивній інформаційній системі розміру  $N = 11$ , відповідно.

На них маркерами позначені теоретичні результати, а суцільними лініями результати статистичного моделювання.



а)



б)



в)



г)



д)

Рис. 4.12. а) Функціональні залежності якості відновлення зображення від відношення сигнал/шум; растр відновленого зображення при  $SNR = 7$  дБ в неадаптивній інформаційній системі б) теоретичний результат; в) статистичний результат та в адаптивній інформаційній системі г) теоретичний результат; д) статистичний результат.

На графіку 3 (рис. 4.12 а) надані експериментальні статистичні результати проведених випробувань, які відображають отриману якість відновлення сигналу зображення на основі методу інверсії вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень.

Очевидно, що результати моделювання цілком узгоджені з теоретичними положеннями.

### **4.3 Інваріантний до кореляції корисних сигналів метод відновлення сигналів зображень**

В проведеному статистичному експерименті ми припускала відомими напрямки надходження сигналу та перешкод. Але, на практиці напрямки прийому сигналів  $\theta_i; i = \overline{1, M + K}$ , як правило, невідомі. Тому, для визначення оцінок необхідних напрямків  $\tilde{\theta}_i; i = \overline{1, M + K}$  фокусування антенної решітки на джерела сигналів застосовують різні методи просторового спектрального аналізу [85], [87].

Очевидно, що ефективність алгоритму обробки сигналів (2.20) безпосередньо залежить від точності отриманих оцінок напрямків  $\tilde{\theta}_i; i = \overline{1, M + K}$  фокусування антенної решітки на джерела сигналів, які впливають на статистичні характеристики сигналів, що відображаються в кореляційній матриці спостережень та, як наслідок, приводять до проблеми виокремлення сукупності сигналів. В цьому випадку класичні методи відновлення зображень виявляються неефективними, та актуальною стає проблема розробки методу відновлення сигналів зображень, функціонування якого інваріантне до точності отриманих оцінок напрямків.

Тому, перспективним для відновлення сигналів зображень в подібній ситуації є використання інваріантних методів. Суть інваріантних методів полягає в знаходженні лінійного однозначного оператора, який перетворює процес, що спостерігається, не змінюючи достатніх статистик вхідних до нього складових [88], [89], [90].

Для того, щоб результат обробки  $\tilde{\mathbf{s}}(t)$  був інваріантний відносно фазових зсувів сигналів  $s_m(t); m = \overline{1, M}$  та шумових завад  $n_k(t); k = \overline{M+1, M+K}$  в деякий заданий момент часу  $t$  [91] та, як наслідок, до кореляції корисних сигналів, необхідно виконання наступної умови

$$\mathbf{V}_{(M+K) \times N}^H \cdot \mathbf{W}_{N \times (M+K)} = \mathbf{I}_{(M+K)}, \quad (4.1)$$

де  $\mathbf{I}_{(M+K)}$  – одинична матриця порядку  $(M+K)$ .

На практиці, загальне число джерел випромінювання корисних сигналів та шумових завад значно менше за число каналів прийому ( $M+K < N$ ) антенної решітки, тому система (4.1) є перевизначеною [17]. В цьому випадку, розв'язок системи буде мати вигляд

$$\mathbf{W}_{N \times (M+K)} = \mathbf{V}_{N \times (M+K)}^- \cdot \mathbf{I}_{(M+K)}, \quad (4.2)$$

де  $\mathbf{V}_{N \times (M+K)}^-$  – узагальнена обернена матриця до матриці  $\mathbf{V}_{(M+K) \times N}^H$ , яка дорівнює

$$\mathbf{V}_{N \times (M+K)}^- = \mathbf{V}_{N \times (M+K)} \cdot \left[ \mathbf{V}_{(M+K) \times N}^H \cdot \mathbf{V}_{N \times (M+K)} \right]^{-1}. \quad (4.3)$$

Якщо одиничну матрицю  $\mathbf{I}_{(M+K)}$  надати в блочному вигляді

$$\mathbf{I}_{(M+K)} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \dots \quad \mathbf{e}_{M+K}],$$

де  $\mathbf{e}_i; i = \overline{1, M+K}$  – одиничні орти-стовпці, то розв'язок системи (4.1), з урахуванням формули (4.3), буде мати вигляд

$$\mathbf{W}_{N \times (M+K)} = \mathbf{V}_{N \times (M+K)} \cdot \left[ \mathbf{V}_{(M+K) \times N}^H \cdot \mathbf{V}_{N \times (M+K)} \right]^{-1} \cdot [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{e}_{M+K}^T].$$

Звідки випливає що параметричний вектор  $i$ -го інформаційного каналу антенної решітки буде дорівнювати

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{V} \cdot \left[ \mathbf{V}^H \cdot \mathbf{V} \right]^{-1} \cdot \mathbf{e}_i; \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (4.4)$$

У відповідності з (2.16) та (4.4), процес обробки сигналів в  $i$ -му каналі антенної решітки можна подати у вигляді

$$\tilde{\mathbf{s}}_i = \mathbf{e}_i^T \cdot [\mathbf{V}^H \cdot \mathbf{V}]^{-1} \cdot \mathbf{V}^H \cdot \mathbf{y}; \quad i = \overline{1, M+K}. \quad (4.5)$$

де  $[\cdot]^T$  – операція транспонування.

Зауважимо, що операція  $[\mathbf{V}^H \cdot \mathbf{V}]^{-1} \cdot \mathbf{V}^H$  в формулі (4.5) є загальною для всіх каналів антенної решітки.

Узагальнена структура, яка реалізує обробку сигналів у відповідності до алгоритму (4.5), надана на рис. 4.12. Тут  $\tilde{\mathbf{s}}_i; i = \overline{1, M}$  – сигнали, відповідні оцінкам зображень  $\tilde{\mathbf{L}}_i(x, y)$ ;  $\tilde{\mathbf{s}}_i; i = \overline{M+1, M+K}$  – сигнали, відповідні шумовим завадам  $\mathbf{n}_i(t)$ .

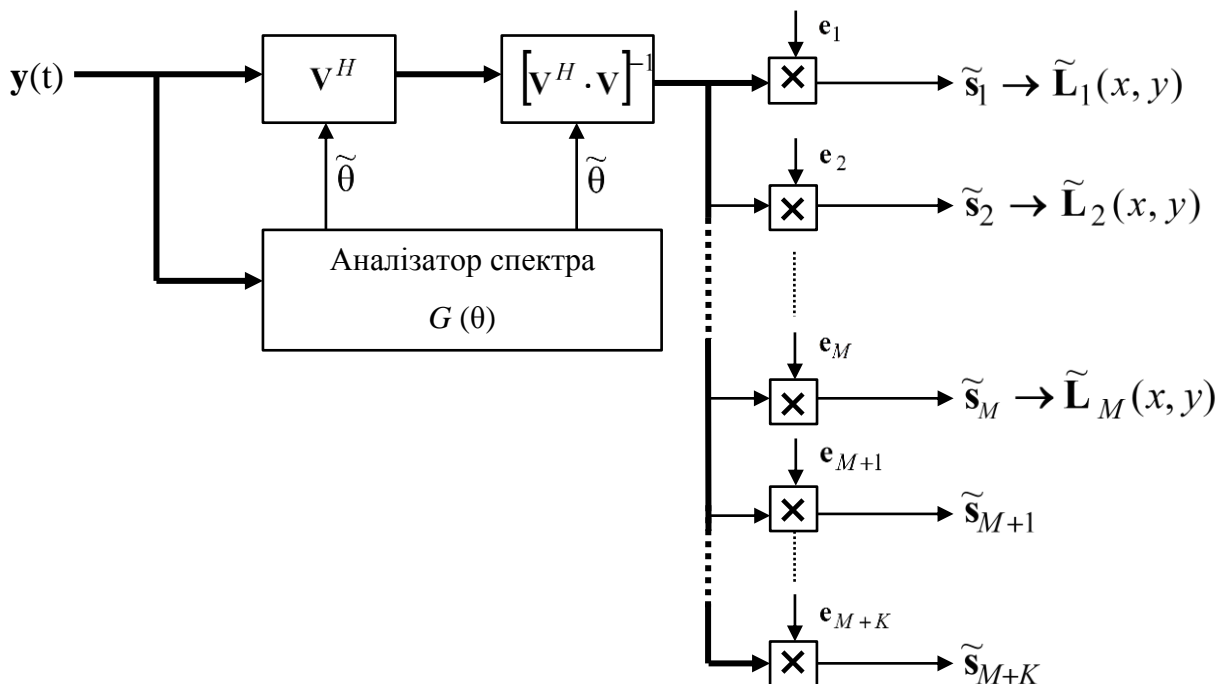


Рис.4.13 Структура адаптивного процесора  $N$ -мірної адаптивної антенної решітки, яка реалізує обробку  $(M+K)$  сигналів, відповідно до алгоритму (4.5).

Зауважимо, що на відміну від алгоритму (2.20), обробка сигналів за алгоритмом (4.5) не потребує обчислення оберненої кореляційної матриці

спостережень та залежить тільки від отриманих оцінок напрямків  $\tilde{\theta}_i; i = \overline{1, M + K}$  фокусування антенної решітки на джерела сигналів.

#### **4.4 Моделювання алгоритму відновлення зображень за допомогою інваріантного до точності отриманих оцінок напрямків надходження сигналів методу**

Для аналізу якості зображень, відновлених за алгоритмом (2.20) з використанням динамічної регуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень  $\tilde{\mathbf{R}}_{\mu}(L)$  та за алгоритмом (4.5), побудуємо статистичні моделі для наступних ситуацій:

– відновлення сигналу зображення від одного джерела на фоні зовнішніх завад від двох незалежних джерел при точній оцінці напрямків надходження сигналів;

– відновлення сигналу зображення від одного джерела на фоні зовнішніх завад від двох незалежних джерел при похибці оцінки напрямку надходження сигналів;

– відновлення сигналів зображень від двох незалежних джерел на фоні зовнішньої завади від одного джерела.

У якості початкових візьмемо наступні умови: розмірність антенної решітки  $N=20$ ; рознесення фазових центрів антен  $d/\lambda = 0,5$ ; джерела радіовипромінювань діють в напрямках  $\theta_1 = -20^\circ$ ;  $\theta_2 = 0^\circ$ ;  $\theta_3 = 15^\circ$  відносно нормалі до розкриву антенної решітки; перевищення потужності сигналу зображення над рівнем завади складає 10 та 3 дБ; об'єм вибірки  $L=50$ ; початкове зображення розміру  $600 \times 600$  пікселів надано на рис. 4.2.

Оцінки напрямків прийому сигналів та шумів визначимо за допомогою метода максимальної ентропії [88], [92], [93]

$$G(\theta) = \frac{r_{11}^{-1}}{\left| \mathbf{c}^T(\theta) \cdot \mathbf{r}_{n1}^{-1} \right|^2}, \quad (4.6)$$



де  $r_{11}^{-1}$  та  $r_{n1}^{-1}$ ;  $n = \overline{1, N}$  – перший елемент та перший стовпець динамічно

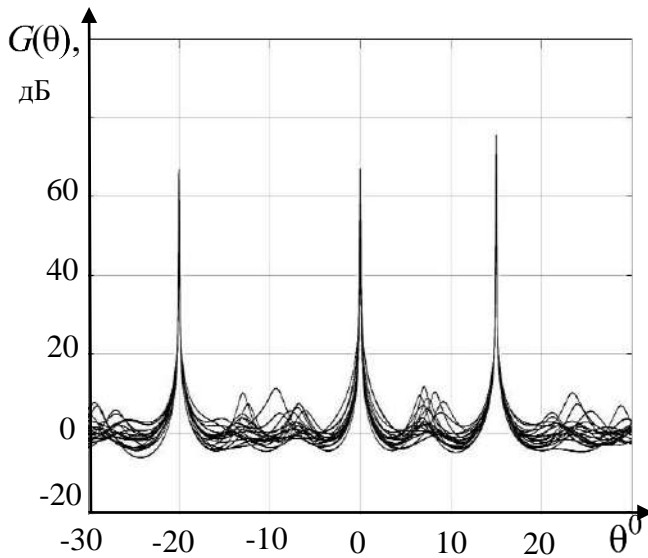


Рис.4.14 Просторовий спектр потужності радіовипромінювань  $G(\theta)$ , джерела яких діють в напрямках  $\theta_1 = -20^0$ ;  $\theta_2 = 0^0$ ;  $\theta_3 = 15^0$ .

регуляризованої матриці  $\mathbf{R}_\mu^{-1}$ , відповідно;  $\mathbf{c}^T(\theta)$  – вектор сканування, визначений як

$$\mathbf{c}^T(\theta) = \{ e^{-j(n-1)\varphi(\theta)} \}; \quad n = \overline{1, N},$$

$$\text{де } \varphi(\theta) = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta.$$

Розглянемо спочатку ситуацію відновлення сигналу зображення від одного джерела на фоні зовнішніх шумових завад від двох незалежних

джерел при точній оцінці напрямків надходження сигналів [94].

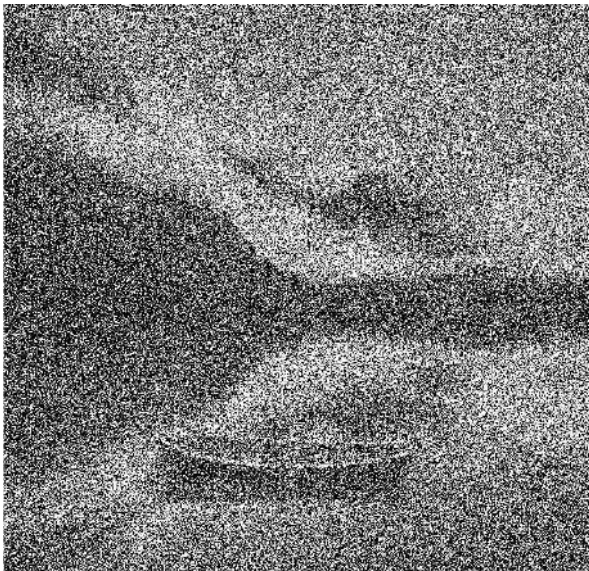


Рис. 4.15 Вплив шумових завад на якість зображення при відношенні сумарна перешкода/шум 36 дБ.

На рисунку 4.14 надана точна оцінка просторового спектру потужності радіовипромінювань  $G(\theta)$  при проведених 20 випробуваннях. Результат впливу зовнішніх шумових завад на початкове зображення (рис.4.2) проілюстрований на рисунку 4.15.

Результати фокусування інформаційних каналів антенної решітки при отриманій точній оцінці напрямків

$\tilde{\theta}_1 = -20^0$ ;  $\tilde{\theta}_2 = 0^0$ ;  $\tilde{\theta}_3 = 15^0$  ілюструють передатні характеристики, надані на рис. 4.16 по результатах 20-ти випробувань. Візуальна оцінка якості

зображення на виході інформаційних каналів адаптивної антенної решітки, відновленого за алгоритмами (2.20) та (4.5) надана на рисунку 4.17 (лістинг програми 3 додаток Б).

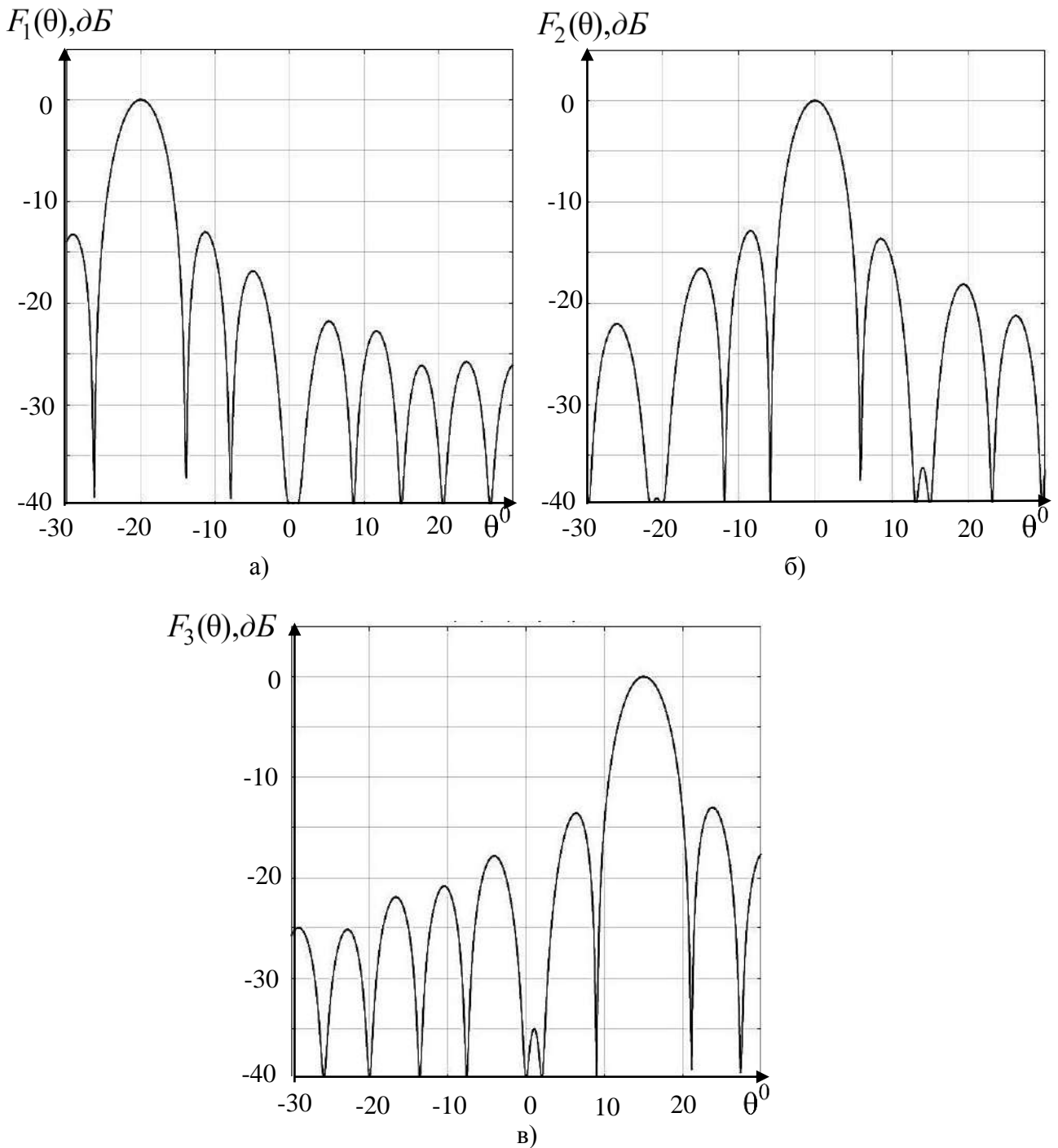


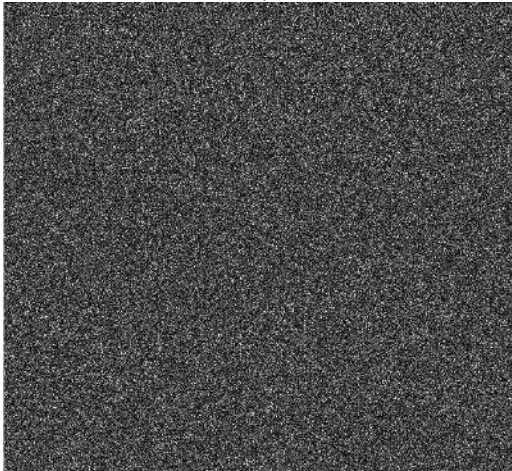
Рис. 4.16 Результат фокусування інформаційних каналів адаптивної антенної решітки на джерела радіовипромінювань в напрямках: а)  $\tilde{\theta}_1 = -20^\circ$ ; б)  $\tilde{\theta}_2 = 0^\circ$ ; в)  $\tilde{\theta}_3 = 15^\circ$ .



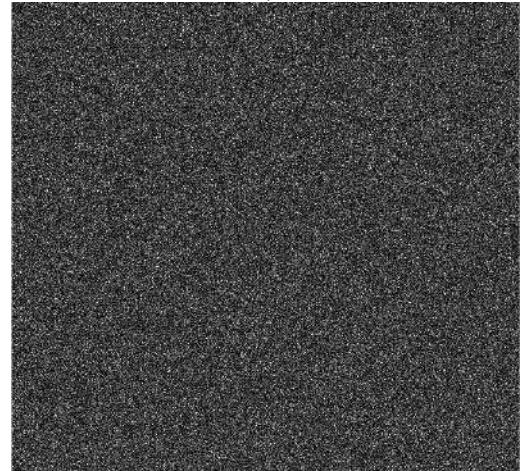
а)



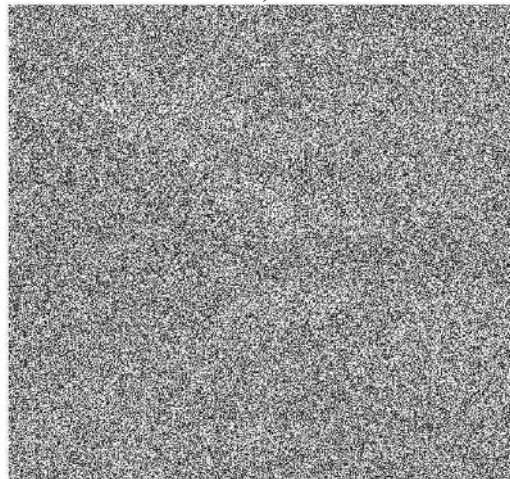
г)



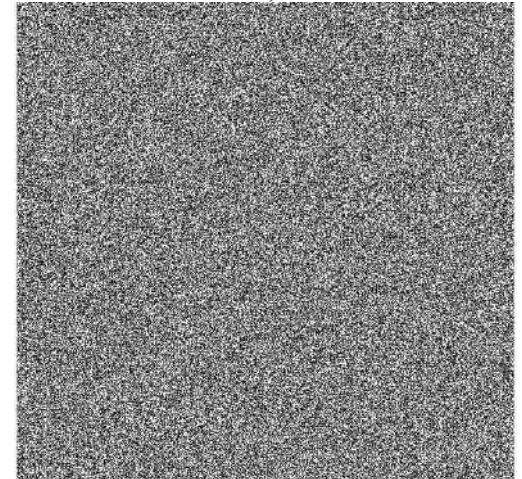
б)



д)



в)



е)

Рис. 4.17 Результат відновлення зображення за алгоритмом (2.20):  
а) – в) та алгоритмом (4.5): г) – е).

Аналіз результатів, наданих на рисунку 4.17, показує, що в напрямках  $\theta_2 = 0^\circ$  та  $\theta_3 = 15^\circ$  діють джерела шумових завад, а джерело сигналу

зображення орієнтоване в напрямку  $\theta_1 = -20^\circ$ . Цьому напрямку відповідає растр зображення з рис.4.2, відновленого на фоні завад.

Растри відновленого зображення за алгоритмами (2.20) та (4.5) візуально відрізняються якістю.

Очевидно, що алгоритму (2.20), внаслідок використання інверсії вибіркової кореляційної матриці, потрібен більший об'єм вибірки для отримання необхідної якості відновленого зображення.

Розглянемо тепер випадок похибкової оцінки напрямків надходження сигналів.

На рисунку 4.18 надано просторовий спектр потужності радіовипромінювань  $G(\theta)$  при проведених 20 випробуваннях та систематичній випадковій похибці визначення напрямку  $0,5 \cdot randn$ .

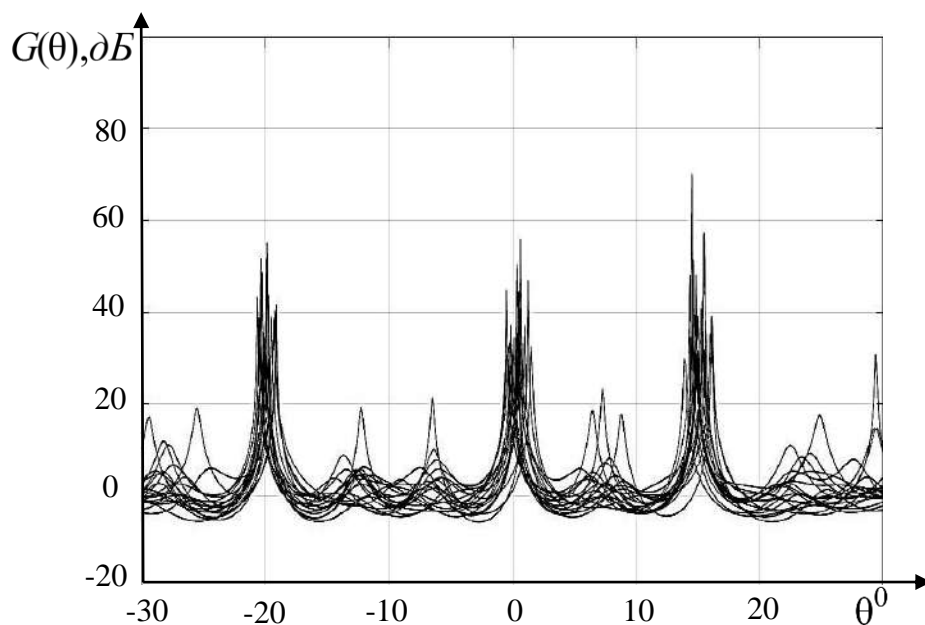


Рис.4.18 Просторовий спектр потужності радіовипромінювань  $G(\theta)$ ,  
при систематичній випадковій похибці  
визначення напрямку  $0,5 \cdot randn$ .

Результати фокусування інформаційних каналів антенної решітки при систематичній випадковій похибці визначення напрямку надходження сигналів ілюструють передатні характеристики, надані на рис. 4.19 за результатами проведених 20-ти випробувань.

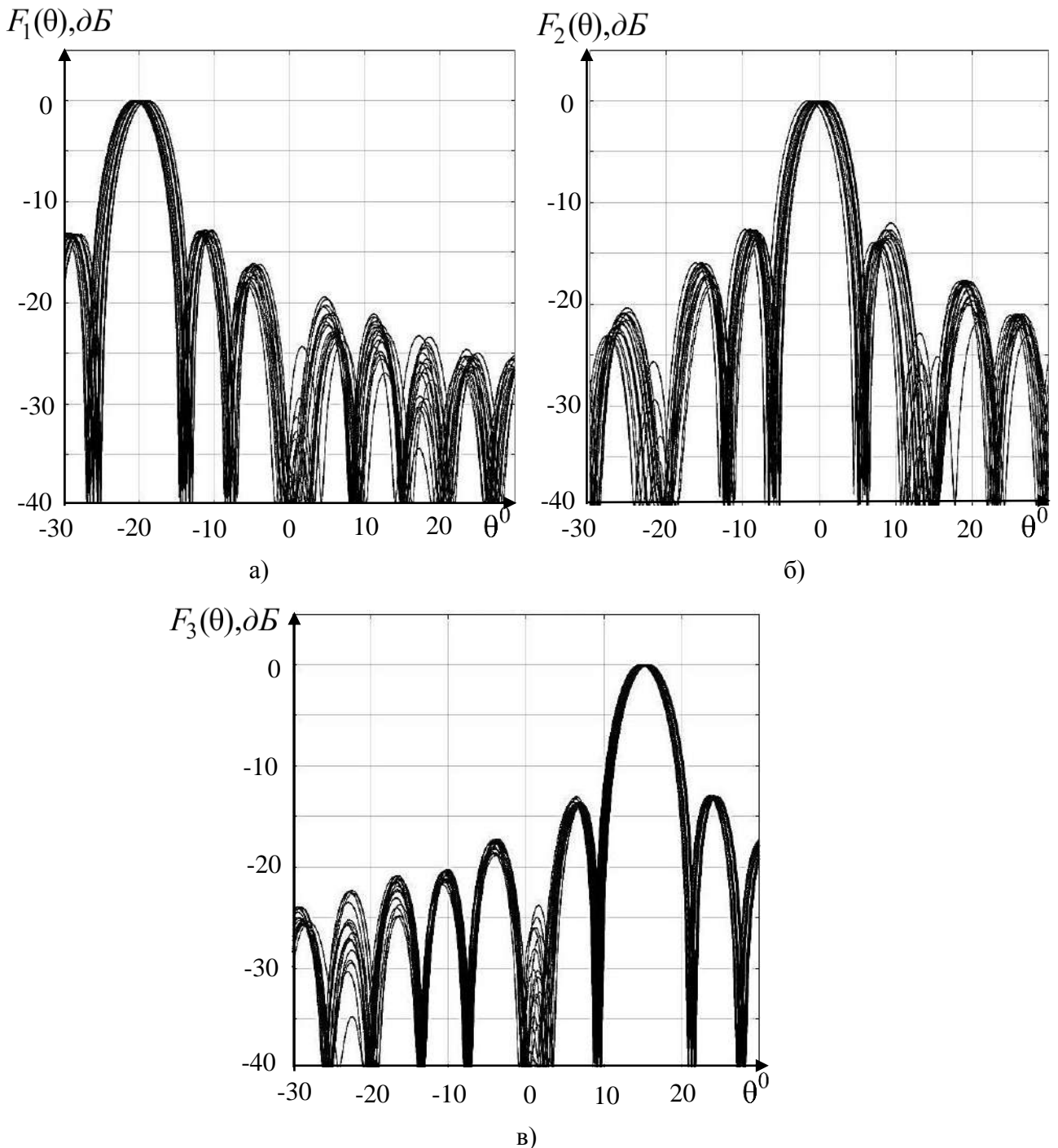
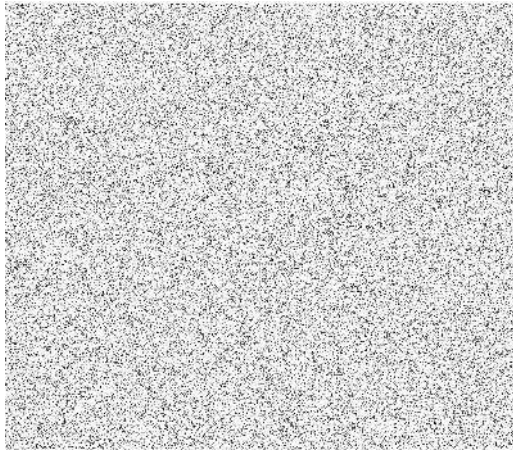


Рис. 4.19 Результат фокусування інформаційних каналів адаптивної антенної решітки на джерела радіовипромінювань при систематичній випадковій похибці визначення напрямків надходження сигналів.

Результати відновлення зображень для алгоритмів (2.20) та (4.5) на визначених оцінках напрямків подані на рисунку 4.20.



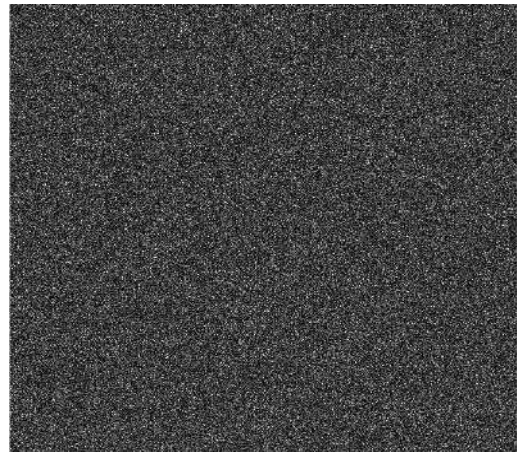
а)



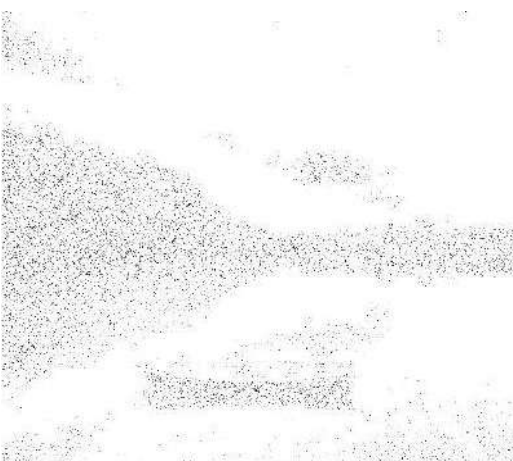
г)



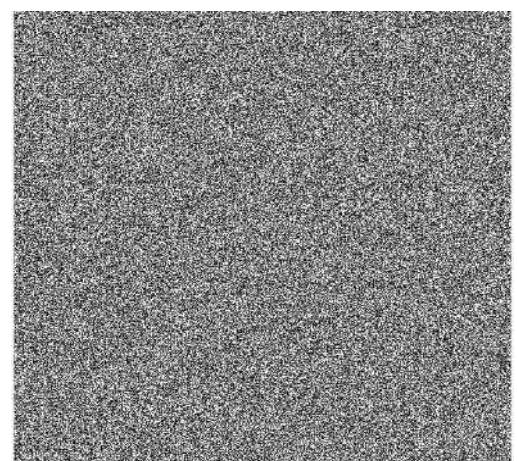
б)



д)



в)



е)

Рис. 4.20 Результат відновлення зображення за алгоритмом (2.20): а) – в) та алгоритмом (4.5): г) – е).

Розглянемо тепер ситуацію відновлення сигналів зображень від двох незалежних джерел на фоні зовнішньої шумової завади від одного джерела. Результат взаємної кореляції зображень з рис. 4.2, рис. 4. 21 а) та вплив на них зовнішньої шумової завади проілюстровано на рис. 4.21 б).



а)



б)

Рис. 4.21 а) Початкове зображення; б) Вплив взаємної кореляції зображень та шумової завади при відношенні завада/шум 28 дБ.

Результати фокусування інформаційних каналів антенної решітки при отриманій взаємній кореляції сигналів зображень ілюструють передатні характеристики, надані на рис. 4.22 за результатами проведених 20-ти випробувань.

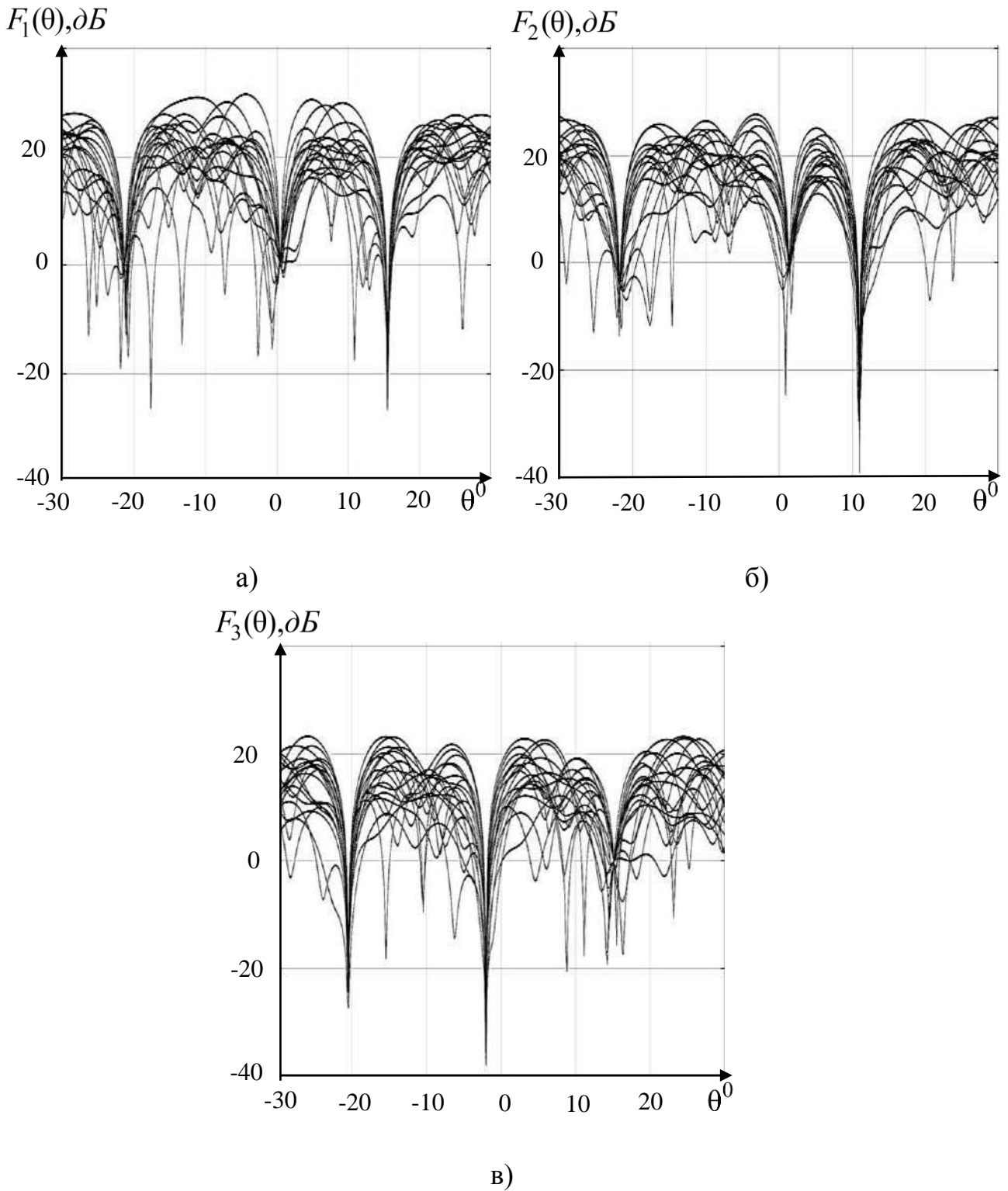


Рис. 4.22 Результат фокусування інформаційних каналів адаптивної антенної решітки на джерела радіовипромінювань двох сигналів зображень та однієї шумової завади.

Результати відновлення сигналів зображень для алгоритмів (2.20) та (4.5) на визначених оцінках напрямків подані на рисунку 4.23.





а)



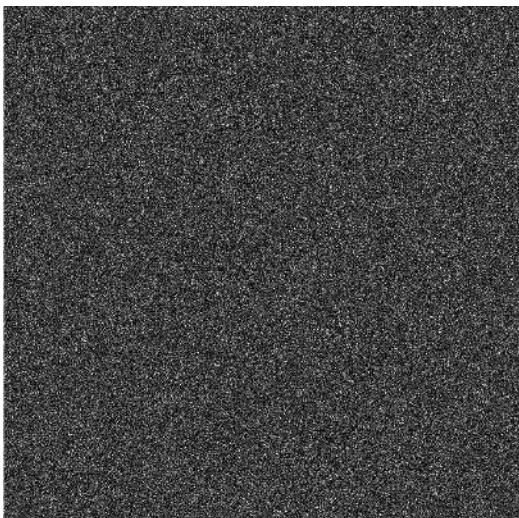
г)



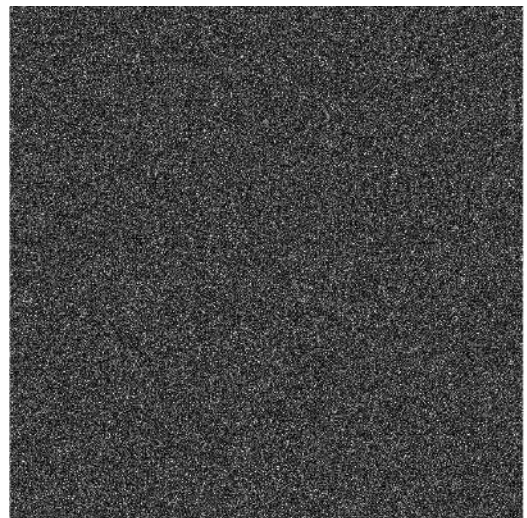
б)



д)



в)



е)

Рис. 4.23 Результат відновлення зображення за алгоритмом (2.20):  
а) – в) та алгоритмом (4.5): г) – е).

Аналіз результатів, наданих на рис. 4.20 та рис. 4.23, показує, що результат роботи алгоритму (4.5) не залежить від похибки в оцінках напрямків радіовипромінювань, яка може бути викликана як неточністю вимірювань, так і взаємною кореляцією сигналів зображень, оскільки отримані вагові коефіцієнти задовольняють умову (4.1) та не змінюють статистичних характеристик сигналів. В той же час, алгоритм (2.20), який використовує інверсію вибіркової оцінки кореляційної матриці, у випадку похибкової оцінки напрямків радіовипромінювань є неефективним. Це пов'язано з тим, що неточні оцінки напрямків використовуються для формування вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень. В результаті, як можна побачити на рис. 4.20 а) – в) та рис. 4.23 а) – в), сигнали зображень стають корельованими, що робить неможливим їх відокремлення для алгоритму (2.20).

#### 4.5 Висновки

1. За допомогою імітаційного моделювання підтверджена ефективність застосування до вирішення задачі відновлення сигналу зображення на фоні шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою методу динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень вхідного процесу.

2. Розроблений інваріантний до кореляції корисних сигналів метод, показав, що результат його роботи не залежить від похибкових оцінок напрямків радіовипромінювань, які виникають внаслідок кореляції сигналів зображень і, отже, може бути застосований до відновлення довільної кількості сигналів зображень на фоні істотних та штучних шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішена актуальна науково-практична задача відновлення сигналів зображень в умовах істотних та штучних шумових завад довільної інтенсивності на основі методу інверсії кореляційної матриці спостережень.

1. Розроблений метод відновлення сигналів зображень на фоні шумових завад довільної інтенсивності на основі інверсії вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень був реалізований у вигляді двох алгоритмів, які передбачають інверсію кореляційної матриці спостережень та формування псевдооберненої матриці по результатах спектрального аналізу.

2. Запропонований метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень з оптимальним за критерієм мінімуму матричної норми параметром, рівним розмірності кореляційної матриці (розмірності адаптивної антенної решітки) дозволяє відновлювати сигнал зображення на фоні шумових завад довільної інтенсивності без залучення апріорних даних та додаткових обчислювальних затрат на пошук оптимального параметра регуляризації.

3. Розроблений метод відновлення сигналів зображень, що використовує псевдо обернену матрицю, сформовану по результатах просторового спектрального аналізу сигнально-завадової обстановки, може бути застосований в умовах прийому довільної кількості як сигналів зображень так і завад довільної інтенсивності від незалежних джерел.

5. Запропоновані математичні моделі та методи можуть бути використані підчас розробки, впровадження і використання в інформаційних радіотехнічних системах, які призначені для передачі сигналів зображень в умовах шумових завад істотного та штучного походження довільної інтенсивності.

6. Адекватність і висока ефективність розроблених теоретичних положень і математичних моделей підтверджені результатами експериментальних досліджень, отриманих методами статистичного і імітаційного моделювання.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Москва: Издательский дом “Вильямс”, 2003. 1104 с.
2. Ifeachor E.C., Jervis B.W. Digital Signal Processing: A Practical Approach. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. 328 с.
3. Кестер У. Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов. Москва: Техносфера, 2010. 328 с.
4. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Коржик В.И., Назаров М.В. Теория передачи сигналов. Москва: Связь, 1980. 288 с.
5. Акимов П.С., Евстратов Ф.Ф., Захаров С.И., Корато В.А., Кукис Б.С. Обнаружение радиосигналов. Москва: Радио и связь, 1989. 288 с.
6. Макаренко С.И., Сапожников В.И., Захаренко Г.И., Федосеев В.Е. Системы связи: учебное пособие. Воронеж: ВАИУ, 2011. 285 с.
7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. Москва: Радио и связь, 1986. 512 с.
8. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: учебник для вузов. СПб: Питер, 2002. 608 с.
9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. Москва: Сов. радио, 1966. 219 с.
10. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва: Наука, 1969. 576 с.
11. Van Trees H.L. Detection Estimation and Modulation Theory. New York: Wiley, 1968. Vol. I. 744 p.
12. Monzingo R.A., Miller T.W. Introduction to Adaptive Arrays. New York: Wiley, 1980. 448 p.
13. Френкс Л. Теория сигналов. Москва: Сов. Радио, 1974. 344 с.
14. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. Москва: Сов. Радио, 1979. 312 с.
15. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. London: Pearson, 2018. 1072 p.
16. Gonzalez R.C., Woods R.E., Eddins S.L. Digital Image Processing Using MATLAB. New York: Tata Mc Graw-Hill, 2010. 616 p.

17. Pratt W.K. Digital Image Processing. New York: Wiley, 2006. Vol. 1. 312 p.
18. Братченко Г.Д., Скачков В.В., Ткачук Е.В., Смаглюк Г.Г., Григорьев Д.В., Пивторак О.В. Адаптивные методы восстановления изображений в информационно-измерительных радиотехнических системах: монография. Одесса: Бондаренко, 2016. 196 с.
19. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П., Перетягин Г.И., Спектор А.А. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учебное пособие. Новосибирск: НГТУ, 2000. 168 с.
20. Ярославский Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: введение в цифровую оптику. Москва: Радио и связь, 1987. 220 с.
21. Buades A., Coll B., Morel J.M. A Review of Image Denoising Algorithms, with a New One. *Journal on Multiscale Modeling and Simulation*. 2005. vol. 4(2). P.490-530.
22. Malgouyres F. A noise selection of image restoration. in *Conf. Wavelets: Applications in signal and image processing IX*. 2001. vol. 4478. P. 34-41.
23. Eklundh J.-O., Huang T.S., Justusson B.I., Nussbaumer H.J., Tya S.G., Zohar S. Two-dimensional Digital Signal Processing II: Transforms and Median Filters. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1981. 224 p.
24. Гашников М.В., Глумов Н.И. Методы компьютерной обработки изображений. Москва: Физматлит, 2003. 784 с.
25. Воронин В.В., Марчук В.И. Методы и алгоритмы восстановления изображений в условиях неполной априорной информации: монография. Шахты: ГОУВПО "ЮРГУЭС", 2010. 89 с.
26. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва: Сов. радио, 1975. Т.2. 392 с.
27. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Москва: Радио и связь, 2004. 304 с.
28. Васильев К.К. Статистический анализ многомерных изображений. Ульяновск: УЛГТУ, 2002. 156 с.

29. Грузман И.С., Микерин В.И., Спектор А.А. Двухэтапная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных. *Радиотехника и электроника*. 1995. № 5 (40). С. 817-822.
30. Грузман И.С. Двухэтапная фильтрация бинарных изображений. *Автоматрия*. 1999. № 3. С.42-49.
31. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В., Колкер А.Б. Фильтрация сигналов и изображений: фурье и вейвлет алгоритмы (с примерами в Mathcad): монография. Новосибирск: НГАСУ, 2010. 188 с.
32. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Москва: Мир, 1990. 265 с.
33. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. Москва: Мир, 1988. 488 с.
34. Голд Б., Рэйдер Ч. Цифровая обработка сигналов. Москва: Сов. радио, 1973.
35. В.А. Зверев, и А.А. Стромков, *Выделение сигналов из помех численными методами*. Новгород, РФ: ИПФ РАН, 2001. 368 с.
36. Avcibas J., Sankur B., Sayood K. Statistical evaluation of image quality measures. *Journal of Electronic Imaging*. 2002. vol. 11 (2). P. 206-223.
37. T.W. Anderson, *Statistical Analysis of Time Series*. New York, USA: Wiley, 1994.
38. Скачков В.В., Сфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Критеріальні показники оцінювання якості адаптивної інформаційно-вимірювальної системи в умовах внутрішньо системних збурень. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*. 2014. № 2(2). С. 33-42.
39. Schreiber W. *Fundamentals of Electronic Imaging Systems*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1986. 365 p.
40. Ткачук О.В. Операторна форма задачі відновлення зображення на фоні адитивних шумів. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*. 2016. № 6(2). С. 25-30.
41. Морен К. Методы гильбертова пространства. Москва: Мир, 1965. 570 с.
42. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Москва: Наука, 1999. 296 с.

43. Чеб Е.С. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Курс лекций. Линейные ограниченные операторы. Минск: БГУ, 2007. 140 с.
44. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Коржик В.И., Назаров М.В. Теория электрической связи. Москва: Связь, 1988. 432 с.
45. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т.1. 606 с.
46. Monzingo R.A., Miller T.W. Introduction to Adaptive Arrays. Raleigh: SciTech Publishing, 2004. 448 p.
47. Лосев Ю.И., Бердников Г.И., Гойхман Э.Ш., Сизов Б.Д. Адаптивная компенсация помех в каналах связи. Москва: Радио и связь, 1988. 208 с.
48. Brillinger D.R. Time series: Data Analysis and Theory. Philadelphia: SIAM, 2001. 535 p.
49. Widrow B., Stearns S.D. Adaptive Signal Processing. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1985. 440 p.
50. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Москва: Наука, 1966. 576 с.
51. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. Москва: Техносфера, 2013. 528 с.
52. Haykin S. Adaptive filter theory. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001. 936 p.
53. Draper N.R., Smith H. Applied Regression Analysis. New York: Wiley, 1998. 912 p.
54. Goodman N.R. Statistical Analysis Based on a Certain Multivariate Complex Gaussian Distribution (An Introduction). *The Annals of Mathematical Statistics*. 1963. vol. 34(1). P. 152-177.
55. Журавлев А.В., Безмага В.М., Маркин В.Г. Ковариационные методы определения направлений прихода сигналов. *Теория и техника радиосвязи*. 2016. № 4. С. 33-41.
56. Ермолаев В.Т., Радыгин Ю.Л., Флакман А.Г. Методы определения вектора пространственной адаптивной обработки при короткой выборке помехи. *Известия Вузов. Радиофизика*. 1994. № 4(37). С. 493-509.

57. Anderson T.W. Introduction to Multivariate Statistical Analysis. New York: Wiley, 2003. 500 p.
58. Tkachuk O.V., Skachkov V.V. Estimation of correlation matrix of observations at the fixed signal level by maximum likelihood criterion. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2019. № 25. С. 58-64.
59. Kullback S. Information Theory and Statistics. New York: Wiley, 1960. 408 p.
60. Грешилов А.А. Некорректные задачи цифровой обработки информации и сигналов: монография. Москва: Логос, 2009. 360 с.
61. Гирко В.Л. Спектральная теория случайных матриц. Москва: Наука, 1988. 378 с.
62. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Современные методы пространственной обработки сигналов в информационных системах с антенными решетками. Нижний Новгород: ННГУ, 2007. 99 с.
63. **О.В. Ткачук**, та В.В. Клименко, “Некоректні задачі в інформаційних системах військового спрямування”, на *Всеукр. наук.-практ. Конф. Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*, Одеса, 2014, с. 249.
64. **В.В.** Клименко, та О.В. Ткачук, “Проблеми стійкості обернених некоректних задач в динамічних системах”, на *Всеукр. наук.-практ. Конф. Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*, Одеса, 2014, с. 104-106.
65. Lan C.K., Leondes C.F. Optimal adaptive control of an array of passive sensors. *IEEE. Trans. Aerospace and Electronic Systems*. 1975. no. 4(11). P. 608-612.
66. Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации фильтров по критерию максимума отношения сигнал/помеха. *Радиотехника и электроника*. 1981. № 3(26). С. 543-551.
67. Абрамович Ю.И., Неврев Ф.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы. *Радиотехника и электроника*. 1981. № 12(26). С. 2558-2566.



68. Черемисин О.П. Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы. *Радиотехника и электроника*. 1982. № 10(27). С. 1933-1941.
69. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986. 542 с.
70. Skachkov V., Chepkyi V., Bratchenko H., Tkachuk H., Kazakova N. Development of the method for dynamic regularization of selected estimates in the correlation matrices of observations. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mathematics and Cybernetics – Applied Aspects*. 2017. no. 90(6/4). P. 11-18.
71. Тихонов А.С., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1979. 285 с.
72. Кук Р. Бесконечные матрицы и пространства последовательностей. Москва: Физматгиз, 1960. 472 с.
73. Колло Т. Матричная производная для многомерной статистики. Тарту: Тартуский университет, 1991. 155 с.
74. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев: Наукова думка, 1979. 199 с.
75. Грешилов А.А. Математические методы принятия решений. Москва: МГТУ, 2014. 647 с.
76. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Москва: Интеграл-Пресс, 2006. 544 с.
77. В.В. Скачков, В.В. Чепкій, О.М. Єфимчиков, О.В. Ткачук, та В.І. Павлович, “Робоча гіпотеза рішення проблеми некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень”, на *III Всеукр. наук.-практ. конф. Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*, Одеса, 2016, с. 195-197.
78. В.В. Скачков, Г.Д. Братченко, В.В. Чепкій, О.М. Єфимчиков, О.В. Ткачук, та В.І. Павлович, “Шляхи рішення некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень”, на *VI*

*Міжнар. наук.-практ. конф. Метрологія, технічне регулювання, якість: досягнення та перспективи*, Одеса, 2016, с. 192-194.

79. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. Москва: Сов. радио, 1971. 328 с.

80. Клейнен Дж. Статистические модели в имитационном моделировании. Москва: Статистика, 1978. 221 с.

81. Четвериков В.Н., Баканович Э.А., Меньков Н.В. Вычислительная техника для статистического моделирования. Москва: Сов. радио, 1978. 312 с.

82. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. Москва: Мир, 1978. 418 с.

83. Кетков Ю., Кетков А., Шульц М. MATLAB: программирование, численные методы. – СПб.: БХВ, 2008. 752 с.

84. Chen K., Giblin P., Irving A. *Mathematical Explorations with MATLAB*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. 376 p.

85. Skachkov V., Bratchenko H., Kazakova N., Tkachuk H. Image restoration received by radio channel on the background of external noise in the above-ground objects monitoring system. *Information Technology in Selected areas of Management 2017: monograph*. Krakow: Wydawnictwa AGH University of Science and Technology Press, 2018. P. 61–71.

86. Ткачук О.В., Скачков В.В. Застосування вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень для відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з антенною решіткою. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*: зб. Матеріалів Шостої Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 12-13 вересня 2019, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2019. С. 250.

87. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. Москва: Радио и связь, 2003. 200 с.

88. Леховецкий Д. И. Статистический анализ “сверхразрешающих” методов пеленгации источников шумовых излучений при конечном объеме обучающей

выборки. *Издательство ХНУРЭ. Прикладная радиоэлектроника*. 2009. № 4(8). С. 526-541.

89. Леонов И.Г., Присяжный А.Е., Сидоренко Д.С., Животовский Р.Н. Инвариантный подход к обнаружению радиолокационных сигналов на фоне пассивных помех в условиях априорной неопределенности. *Збірник наукових праць ХНУПС. Системи обробки інформації*. 2013. № 113(6). С. 103-107.

90. Skachkov V.V., Tkachuk O.V. Image restoration method, invariant to signal correlation in the information system with adaptive antenna array. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2020. № 28. С. 64–76.

91. Кухтенко А.И. Проблема инвариантности в автоматике. Киев: Гостехиздат. 1963. 401 с.

92. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Odesa: Bondarenko, 2017. 76 p.

93. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Varazdin: University North, 2018. 77 p.

94. Ткачук О.В. Оптимальна обробка сигналів зображень в умовах шумових перешкод в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. *Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості*. 2020. № 2(17). С. 27–34.

## ДОДАТКИ

## Додаток А. Основні види двомірних фільтрів

Таблиця 1. Лінійні усереднюючі фільтри

Назва фільтра	Формула ядра фільтра	Примітки
середньо - арифметичний	$\tilde{L}_{ij} = \frac{1}{mn} \sum_{(k,p) \in S_{xy}} Y_{kp}$	Всі коефіцієнти маски $\frac{1}{mn}$ . Придатний для фільтрації гауссівського та рівномірного шуму.
зваженого середнього	$\tilde{L}_{ij} = \frac{\sum_{(k,p) \in S_{xy}} w_{kp} Y_{kp}}{\sum_{(k,p) \in S_{xy}} w_{kp}}$	Значення $w_{kp}$ обираються таким чином, щоб центральному пікселю надати найбільше значення з метою зменшити розфокусування при згладжуванні.
середньо - геометричний	$\tilde{L}_{ij} = \left[ \prod_{(k,p) \in S_{xy}} Y_{kp} \right]^{1/mn}$	Приводить до згладження порівняного з середньоарифметичним фільтром, але при цьому втрачається менше деталей зображення.
середньо - гармонічний	$\tilde{L}_{ij} = mn / \left[ \sum_{(k,p) \in S_{xy}} 1/Y_{kp} \right]$	Працює у випадку уніполярного “білого” імпульсного шуму, але не працює у випадку “чорного” шуму.
середній контргармонічний	$\tilde{L}_{ij} = \frac{\sum_{(k,p) \in S_{xy}} Y_{kp}^{\theta+1}}{\sum_{(k,p) \in S_{xy}} Y_{kp}^{\theta}}$	$\theta$ – порядок фільтра. Працює для зменшення імпульсного шуму. При $\theta > 0$ прибирає “чорну” частину, при $\theta < 0$ - “білу”. Якщо $\theta = 0$ , то зводиться до середньоарифметичного фільтра, якщо $\theta = -1$ , то до середньогармонічного фільтру.
гауссівський	$\tilde{L}_{ij} = \sum_{(k,p) \in S_{xy}} \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \exp\left[-\frac{k^2+p^2}{2\sigma_u^2}\right] Y_{kp}$	Ядро швидко спадає при віддаленні від центру маски, тому маска повинна бути невеликого розміру. Одночасно зі згладжуванням розмиває та зсовує границі зображення. Крім того, потребує знання $\sigma_u^2$ .

Таблиця 2. Лінійні інверсні фільтри

Назва фільтра	Формула <sup>1</sup> ядра фільтра
інверсний	$\tilde{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$
вінеровський	$\tilde{F}(u, v) = \left[ \frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{ H(u, v) ^2}{ H(u, v) ^2 + \frac{S_{uu}(u, v)}{S_{uz}(u, v)}} \right] F(u, v)$
метод мінімізації функціонала зі зв'язком (тихоновський)	$\tilde{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{ H(u, v) ^2 + \gamma  P(u, v) ^2} F(u, v),$ <p>де параметр <math>\gamma</math> обирається з умови мінімуму вектора невязки</p> $r = L(x, y) - H \cdot \tilde{L}(x, y)$
середнє геометричний	$\tilde{F}(u, v) = \left( \frac{H^*(u, v)}{ H(u, v) ^2} \right)^\alpha \left( \frac{H^*(u, v)}{ H(u, v) ^2 + \beta \frac{S_{uu}(u, v)}{S_{uz}(u, v)}} \right)^{1-\alpha} F(u, v),$ <p>де <math>\alpha, \beta &gt; 0</math>.</p>

<sup>1</sup> Тут  $F(u, v)$  – фур'є-перетворення спотвореного зображення;  $N(u, v)$  – адитивний шум;  $H(u, v)$  – спотворюючий оператор;  $P(u, v)$  – маска, яка покращує різкість зображення;  $S_{uu}(u, v)$  – спектральна потужність шуму;  $S_{uz}(u, v)$  – спектральна потужність неспотвореного зображення.

Таблиця 3. Нелінійні фільтри

Назва фільтра	Формула ядра фільтра	Примітки
медіанний	$\tilde{L}_{ij} = \operatorname{med}_{(k,p) \in S_{xy}} \{Y_{kp}\}$	Ефективний за наявності біполярного та уніполярного імпульсного шуму.
максимуму	$\tilde{L}_{ij} = \max_{(k,p) \in S_{xy}} \{Y_{kp}\}$	Зменшує уніполярний імпульсний “чорний” шум.
мінімуму	$\tilde{L}_{ij} = \min_{(k,p) \in S_{xy}} \{Y_{kp}\}$	Зменшує уніполярний імпульсний “білий” шум.
серединної точки	$\tilde{L}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \max_{(k,p) \in S_{xy}} \{Y_{kp}\} + \min_{(k,p) \in S_{xy}} \{Y_{kp}\} \right]$	Працює у випадку уніполярного та біполярного імпульсного шуму, а також за наявності гауссівського або рівномірного шуму.
усіченого середнього	$\tilde{L}_{ij} = \frac{1}{mn-d} \sum_{(k,p) \in S_{xy}} Y_{kp}$	Застосовний у випадку наявності декількох шумів одночасно (наприклад, імпульсного і гауссівського). В масці прибрані по $d/2$ найменших та найбільших значень. При $d=0$ стає середньоарифметичним фільтром, при $d=mn-1$ медіанним.
зважений медіанний	$\tilde{L}_{ij} = \operatorname{med}_{(k,p) \in S_{xy}} \{w_{kp} Y_{kp}\}$	Вагові коефіцієнти вказують на те, скільки разів береться значення пікселю.
адаптивний локальний	$\tilde{L}_{ij} = Y_{kp} - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_Y^2} [Y_{kp} - m_Y]$	Передбачається, що $\sigma_u^2 \leq \sigma_Y^2$ . Інакше, $\frac{\sigma_u^2}{\sigma_Y^2} = 1$ . Тут $m_Y$ та $\sigma_Y^2$ – локальне середнє і дисперсія в області $S_{xy}$ .
фільтр Лі	$\tilde{L}_{ij} = Y_{kp} + [1 - \alpha]$	$\alpha = 1$ при $\sigma_u^2 \ll \sigma_Y^2$ . Інакше $\alpha = \max \left[ 0, 1 - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_Y^2} \right]$ .

Таблиця 4. Частотні фільтри

Назва фільтра	Формула <sup>2</sup> ядра фільтра
Низькочастотні фільтри	
ідеальний	$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{при } D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & \text{при } D(u, v) > D_0 \end{cases}$
Баттерворта	$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left( \frac{D(u, v)}{D_0} \right)^{2n}}$
гауссівський	$H(u, v) = e^{-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}}$
Високочастотні фільтри	
ідеальний	$H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{при } D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{при } D(u, v) > D_0 \end{cases}$
Баттерворта	$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left( \frac{D_0}{D(u, v)} \right)^{2n}}$
гауссівський	$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}}$

<sup>2</sup> Тут  $H(u, v)$  – передатна функція фільтра;  $D_0$  – частота зрізу;  $D(u, v)$  – відстань від точки  $(u, v)$  до центра частотного прямокутника;  $n$  – порядок фільтра.

## Додаток Б. Лістинги програм

Лістинг програми 1. Методи фільтрації зображення зашумленого адитивним гауссівським шумом з нульовим середнім (середньоарифметичний фільтр, фільтр Вінера, медіанний фільтр, фільтр усіченого середнього, адаптивний медіанний фільтр, високочастотний фільтр Баттерворта).

```

%% ввід даних
SNR=0; % відношення сигнал/шум (дБ)
s2=(256^2)*((0.1)^(0.1*SNR)); % потужність шуму
n=3; % розмір маски
N=30; % кількість випробувань

%% зчитування зображення
A=imread('600-599.jpg');
AS=A(:, :, 1);
[D1,D2,D3] = size(A);
NM=D1*D2;
Arifm=zeros(D1,D2);
U=(D1-1)/2;
W=D2/2;
rang=2; % порядок фільтра Баттерворта
Ear=0;
Ewien=0;
Emed=0;
Ead=0;
Ecmid=0;
Ebat=0;
for r=1:N;
    YCr=single(AS)+(s2^0.5)*randn(D1,D2); % зображення+ гауссів шум
    Energy=sum(sum(YCr.*YCr)); % енергія спектру
    D0=(0.15*Energy)^(-1);
    B=padarray(YCr,[n-2 n-2],'replicate'); % розширення зображення
    % фільтр Вінера
    Wiener=wiener2(YCr,[n n]);
    % середньоарифметичний фільтр
    for z=1:D1;
        for w=1:D2;
            H1=0;
            for u=z:(z+2);
                for y=w:(w+2);
                    H1=H1+B(u,y);
                end;
            end;
            Arifm(z,w)=(1/9)*H1;
        end;
    end;
    % медіанний фільтр
    Srm=medfilt2(YCr,[n,n]);
    % адаптивний локальний фільтр
    Adapt=zeros(D1,D2);
    for z=1:D1;
        for w=1:D2;
            M=0;

```



```

D=0;
for u=z:(z+2);
    for y=w:(w+2);
        M=M+B(u,y);
        D=D+B(u,y)^2;
    end;
end;
M=M/9; % локальне середнє
D=D/9-M^2; % локальна дисперсія
if s2<=D;
    Adapt(z,w)=YCr(z,w)-s2/D*(YCr(z,w)-M);
elseif s2>D;
    Adapt(z,w)=M;
end;
end;
end;
% фільтр усіченого середнього
Srcmid=zeros(D1,D2);
for z=1:D1;
    for w=1:D2;
        for u=z:(z+n-1);
            for y=w:(w+n-1);
                T=B(z:z+n-1,w:w+n-1);
            end;
        end;
        M=T(:);
        M1=sort(M);
        M2=0;
        for j=3:7;
            M2=M2+M1(j);
        end;
        Srcmid(z,w)=M2/5;
    end;
end;
% високочастотний фільтр Баттерворта
H2=zeros(D1,D2);
F=fft2(YCr);
for u=1:D1;
    for v=1:D2;
        D(u,v)=abs(F(u,v)-F(U,W));
        H2(u,v)=1/(1+(D0/D(u,v))^(2*rang));
    end;
end;
H2;
G2=F.*H2;
f2=real(ifft2(G2));

%%% обчислення середньоквадратичних відхилень
MAX1=sum(sum((AS-uint8(Arifm)).^2)); % середньоарифметичний
Ear=Ear+MAX1/NM;
MAX2=sum(sum((AS-uint8(Wiener)).^2)); % Вінера
Ewien=Ewien+MAX2/NM;

```

```

MAX3=sum(sum((AS-uint8(Srm)).^2));           % медіанний
Emed=Emed+MAX3/NM;
MAX4=sum(sum((AS-uint8(Adapt)).^2));        % адаптивний локальний
Ead=Ead+MAX4/NM;
MAX5=sum(sum((AS-uint8(Srcmid)).^2));       % фільтр усіченого середнього
Ecmid=Ecmid+MAX5/NM;
MAX6=sum(sum((AS-uint8(f2)).^2));          % високочастотний Баттерворта
Ebat=Ebat+MAX6/NM;
end;
Ear1=(1/N)*Ear;
Ewien1=(1/N)*Ewien;
Emed1=(1/N)*Emed;
Ead1=(1/N)*Ead;
Ecmid1=(1/N)*Ecmid;
Ebat1=(1/N)*Ebat;

%%% вивід зображень на екран

OUTN=uint8(YCr);
OUTNar=uint8(Arifm);
OUTNwiener=uint8(Wiener);
OUTNmed=uint8(Srm);
OUTNad=uint8(Adapt);
OUTNcmid=uint8(Srcmid);
OUTNbat=uint8(f2);
subplot(2,4,1); imshow(uint8(AS));title('Сигнал');
subplot(2,4,2);imshow(OUTN);title({'Сигнал+шум ','SNR=',num2str(SNR)});
subplot(2,4,3);imshow(OUTNar);title({' середньоарифметичний ','e=',num2str(Ear1)});
subplot(2,4,4);imshow(OUTNwiener);title({'Вінера ','e=',num2str(Ewien1)});
subplot(2,4,5);imshow(OUTNmed);title({' медіанний ','e=',num2str(Emed1)});
subplot(2,4,6);imshow(OUTNad);title({' адаптивний локальний фільтр ','e=',num2str(Ead1)});
subplot(2,4,7);imshow(OUTNcmid);title({' усіченого середнього ','e=',num2str(Ecmid1)});
subplot(2,4,8);imshow(OUTNbat);title({' високочастотний Баттерворта ','e=',num2str(Ebat1)});

```

Лістинг програми 2. Процес відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою в умовах шумових завад на основі методів безпосередньої інверсії, статичної та динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень.

```

%%% ввід даних
q1=-10;           % джерело шуму
qs=0;            % джерелосигналу
d=0.5;          % відстань між елементами решітки/довжина хвилі
L=150;          % довжина вибірки
N=20;           % кількість елементів решітки
NN=20;          % кількість випробувань
VSH=1;          % рівень внутрішнього шуму
SNR=-20;        % потужність зовнішньої завади дБ
L0=50;          % точка виводу на екран зображень (довжина вибірки)
s=1/10.^(0.1*SNR);
P=65536*s;
%%%% перетворення зображення до вектору
A=imread('600-600.jpg');

```

```

[D1,D2,D3] = size(A);
LL=D1*D2;
A1=A(:,1);
Sr=single(A1(:));
NORMr=sqrt(Sr*Sr);
%%% обчислення фазових зсувів
Q1=2*pi*d*sind(q1);    % для шуму
Qs=2*pi*d*sind(qs);    % для сигналу
%%% формування матриць фазових зсувів
v=zeros(N,1);
Vs=zeros(N,1);
for n=1:N;
    v(n,1)=(exp(j*Q1))^(n-1);
    Vs(n,1)=(exp(j*Qs))^(n-1);
end;
%%% формування вхідного векторного процесу та кореляційних матриць
for r=1:NN;
    NOISE=sqrt(P)*randn(1,LL);    % зовнішня завада
    n=VSH*randn(N,LL);          % внутрішні шуми елементів
    Yr=Vs*Sr'+v*NOISE+n;
    YLr=Yr(:,1);
    AY=YLr*YLr'+0.1*eye(N);
    AD=YLr*YLr'+(N/L)*eye(N)
    Rrst=inv(AY);
    Rrdin=inv(AY);
    for l=2:L;
        %%% визначення вагового вектора
        Ar=Yr(:,1:l)*Yr(:,1:l)';
        YLr=Yr(:,l);
        AY=YLr*YLr';
        AD=YLr*YLr';
        Rrst=(1/(l-1))*(eye(N)-Rrst*AY/((l-1)+trace(Rrst*AY)))*Rrst;
        Rrdin=(1/(l-1))*(eye(N)-Rrdin*AD/((l-1)+trace(Rrdin*AD)))*Rrdin;
        Rr=inv(Ar);
        WLr=(Vs'*Rr)/(Vs'*Rr*Vs);
        WLrst=(Vs'*Rrst)/(Vs'*Rrst*Vs);
        WLrdin=(Vs'*Rrdin)/(Vs'*Rrdin*Vs);
        %%% вибірка сигнал + шуми в одному елементі
        Srsj=Sr+NOISE*ones(1,1)+VSH*randn(LL,1);
        %%% формування растру зображення
        YCr=zeros(D1,D2);
        for i=1:D2;
            YCr(:,i)=Srsj(1+(i-1)*D1:i*D1,1);
        end;
        YUr=uint8(YCr);
        ZLOUTr=WLr*Yr;
        REr=real(ZLOUTr);
        IMr=imag(ZLOUTr);
        MODr=sqrt((REr).^2+(IMr).^2);
        ZLOUTrst=WLrst*Yr;
        RErst=real(ZLOUTrst);
        IMrst=imag(ZLOUTrst);
    end;
end;

```

```

MODrst=sqrt((RErst).^2+(IMrst).^2);
ZLOUTrdin=WLrdin*Yr;
RErdin=real(ZLOUTrdin);
IMrdin=imag(ZLOUTrdin);
MODrdin=sqrt((RErdin).^2+(IMrdin).^2);
Xr=MODr';
Cr=zeros(D1,D2);
for i=1:D2
    Cr(:,i)=Xr(1+(i-1)*D1:i*D1,1);
end
Ur=uint8(Cr);
Xrst=MODrst';
Crst=zeros(D1,D2);
for i=1:D2
    Crst(:,i)=Xrst(1+(i-1)*D1:i*D1,1);
end
Urst=uint8(Crst);
Xrdin=MODrdin';
Crdin=zeros(D1,D2);
for i=1:D2
    Crdin(:,i)=Xrdin(1+(i-1)*D1:i*D1,1);
end
Urdin=uint8(Crdin);
%%% обчислення середньоквадратичних помилок
Ein(r,l)=-10*log10(((Sr-MODr')*(Sr-MODr'))/(NORMr^2));
Einst(r,l)=-10*log10(((Sr-MODrst')*(Sr-MODrst'))/(NORMr^2));
Eindin(r,l)=-10*log10(((Sr-MODrdin')*(Sr-MODrdin'))/(NORMr^2));
%%% вивід результатів обробки на екран
if l==L0
    OUTN=YUr;
    OUTR=Ur;
    OUTRst=Urst;
    OUTRdin=Urdin;
end
end
end
EinOUT=mean(Ein);
EinOUTst=mean(Einst);
EinOUTdin=mean(Eindin);
E1=10^(EinOUT(1,L0)/10);
E2=10^(EinOUTst(1,L0)/10);
E3=10^(EinOUTdin(1,L0)/10);
subplot(3,3,[1 3]);
x=1:L;
hPlot=plot(x,EinOUT,'b',x,EinOUTst,'r--',x,EinOUTdin,'g-.');grid on;hold on;...
    title([' Довжина вибірки - ',num2str(L0)]);
set(hPlot,'LineWidth',1.5); % товщина ліній
axis([1,150,-40,40]);
%% легенда графіків
h1=plot(x,EinOUT,'b');
h2=plot(x,EinOUTst,'r--');
h3=plot(x,EinOUTdin,'g-.');

```

```

legend([h1,h2,h3],'пряма інверсія','статична','динамічна',1);
%% вивід зображень на екран
subplot(3,3,4); imshow(A1);title('Сигнал');
subplot(3,3,6);imshow(OUTN);title({'Сигнал+шум ','[SNR=',num2str(SNR)]});
subplot(3,3,7);imshow(OUTR);title({' пряма інверсія ','[E=',num2str(E1)]});
subplot(3,3,8);imshow(OUTRst);title({'статична ','[E=',num2str(E2)]});
subplot(3,3,9);imshow(OUTRdin);title({'динамічна ','[E=',num2str(E3)]});

```

Лістинг програми 3. Аналізатор спектру, діаграми напрямленості та результати відновлення зображення за допомогою методу динамічної регуляризації вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень та інваріантного до кореляції корисних сигналів методу.

```

%% ввід даних
a1=-20;
a2=0;
a3=15;
d=0.5;           % відношення відстані від елементами AP до довжини хвилі
N=20;           % кількість елементів AP
K=20;           % кількість випробувань
L=50;           % довжина вибірки
D1=(256^2)*0.1; % потужність шуму
D2=(256^2)*0.5;
ER=0;           % коефіцієнт помилки
%% перетворення зображень до вектору
IM=imread('600-600.jpg');
[X1,Y1,Z1]=size(IM);
Z=X1*Y1;
I=IM(:, :, 1);
S=single(I(:));
%% цикл: формування сигналу та спектральний аналіз %%%
for k=1:K;
%% матриця фазових зсувів для точного напрямку
Q1t=2*pi*d*sind(a1);
Q2t=2*pi*d*sind(a2);
Q3t=2*pi*d*sind(a3);
    for n=1:N;
        vt(n,1)=(exp(j*Q1t))^(n-1);
        vt(n,2)=(exp(j*Q2t))^(n-1);
        vt(n,3)=(exp(j*Q3t))^(n-1);
    end;
    Vt=vt;
%% матриця фазових зсувів для напрямків з помилкою
    ER1=ER*0.1*randn;
    ER2=ER*0.1*randn;
    ER3=ER*0.1*randn;
    Q1=2*pi*d*sind(a1+ER1);
    Q2=2*pi*d*sind(a2+ER2);
    Q3=2*pi*d*sind(a3+ER3);
    for n=1:N;
        v(n,1)=(exp(j*Q1))^(n-1);
        v(n,2)=(exp(j*Q2))^(n-1);
        v(n,3)=(exp(j*Q3))^(n-1);
    end;
end;

```

```

end;
V=v;
%% формування вхідного векторного процесу
NOISE1=sqrt(D1)*randn(1,Z);
NOISE2=sqrt(D2)*randn(1,Z);
Yt=Vt*[S';NOISE1;NOISE2]+randn(N,Z); %% 1 сигнал 2 шуму (точний напр.)
Y=V*[S';NOISE1;NOISE2]+randn(N,Z); %% 1 сигнал 2 шуму (помилка напр.)
%% обернена КМ для точної оцінки та оцінки з помилкою
for l=1:L;
    YLt=Yt(:,1:l);
    Rt=YLt*YLt'/l+(N/l)*eye(N);
    ARt=inv(Rt);
    YL=Y(:,1:l);
    R=YL*YL'/l+(N/l)*eye(N);
    AR=inv(R);
end;
ARt;
AR;
%% побудова аналізатору спектра
w=0;
for s=-30:0.125:30;
    w=w+1;
    for m=1:N;
        c(1,m)=exp(-j*2*pi*d*sind(s))^(m-1);
    end;
    e=zeros(N,1);
    e(1,1)=1;
    e;
    t(w)=s;
    G(k,w)=10*log10(abs((e'*AR*e)/(c(1,:)*AR*e'*e*AR*c(1,:))));
end;
G;
subplot(4,4,[1 2]);plot(t,G,'k-', 'linewidth',1);grid on;hold on;
axis([-30,30,-30,100]);
end;
GS=mean(G);
%% знаходження пікових значень
pks=findpeaks(double(GS));
SORT=sort(pks);
LENGTH=length(pks);
SORT;
MAX1=SORT(LENGTH);
MAX2=SORT(LENGTH-1);
MAX3=SORT(LENGTH-2);
N1=find(GS==MAX1);
N2=find(GS==MAX2);
N3=find(GS==MAX3);
Q11=-30+(N1-1)*0.125;
Q21=-30+(N2-1)*0.125;
Q31=-30+(N3-1)*0.125;
QQ=[Q11 Q21 Q31];
QQs=sort(QQ);

```

```

a1s=QQs(1);
a2s=QQs(2);
a3s=QQs(3);
%%%%побудова діаграм напрямленості %%%
Q1s=2*pi*d*sind(-20.25);
Q2s=2*pi*d*sind(a2s);
Q3s=2*pi*d*sind(15.125);
for k=1:K;
% формування матриць фазових зсувів та КМ по отриманих оцінках
for n=1:N;
    v0(n,1)=(exp(j*Q1s))^(n-1);
    v0(n,2)=(exp(j*Q2s))^(n-1);
    v0(n,3)=(exp(j*Q3s))^(n-1);
end;
V0=v0;
NOISE1=sqrt(D1)*randn(1,Z);
NOISE2=sqrt(D2)*randn(1,Z);
Ysp=V0*[S';NOISE1;NOISE2]+randn(N,Z); %% 1 сигнал 2 шуму
for l=1:L;
    YLsp=Ysp(:,1:l);
    Rsp=YLsp*YLsp'/l+(N/l)*eye(N);
    ARsp=inv(Rsp);
end;
ARsp;
%%%% обчислення вагових векторів для інваріантного відновлення
VS1=v0(:,1)/N;
VS2=v0(:,2)/N;
VS3=v0(:,3)/N;
H0=[VS1';VS2';VS3'];
RH0=H0*H0';
ARH0=inv(RH0);
E=eye(3);
e1=E(:,1);
e2=E(:,2);
e3=E(:,3);
W1=H0'*ARH0*e1/N;
W2=H0'*ARH0*e2/N;
W3=H0'*ARH0*e3/N;
VS1din=V0(:,1);
VS2din=V0(:,2);
VS3din=V0(:,3);
%%%% обчислення вагових векторів для інверсного відновлення
W1din=(VS1din*ARsp)/(VS1din*ARsp*VS1din);
W2din=(VS2din*ARsp)/(VS2din*ARsp*VS2din);
W3din=(VS3din*ARsp)/(VS3din*ARsp*VS3din);
%%%% побудова діаграм напрямленості
w=0;
for s=-30:0.125:30;
    w=w+1;
    for m=1:N;
        c(1,m)=exp(-j*2*pi*d*sind(s))^(m-1);
    end;
end;

```

```

G1(k,w)=10*log10(abs(W1'*c'*c*W1+10^(-4)));
G2(k,w)=10*log10(abs(W2'*c'*c*W2+10^(-4)));
G3(k,w)=10*log10(abs(W3'*c'*c*W3+10^(-4)));
end;
G1;
G2;
G3;
x=-30:0.125:30;
title(['Q1=',num2str(a1s),[' Q2=',num2str(a2s)],[' Q3=',num2str(a3s)]]);
subplot(4,4,[5 6]);plot(x,G1,'k-', 'linewidth',1.5);grid on;
axis([-30,30,-50,10]);
subplot(4,4,[9 10]);plot(x,G2,'k-', 'linewidth',1.5);grid on;
axis([-30,30,-50,10]);
subplot(4,4,[13 14]);plot(x,G3,'k-', 'linewidth',1.5);grid on;
axis([-30,30,-50,10]);
end;
%%% відновлення зображень
IMr1=abs(W1'*Yt);
IMr2=abs(W2'*Yt);
IMr3=abs(W3'*Yt);
IMr1din=abs(W1din*Yt);
IMr2din=abs(W2din*Yt);
IMr3din=abs(W3din*Yt);
ZY=Y';
ZI1=IMr1';
ZI2=IMr2';
ZI3=IMr3';
ZI1din=IMr1din';
ZI2din=IMr2din';
ZI3din=IMr3din';
CY=zeros(X1,Y1);
C1=zeros(X1,Y1);
C2=zeros(X1,Y1);
C3=zeros(X1,Y1);
C1din=zeros(X1,Y1);
C2din=zeros(X1,Y1);
C3din=zeros(X1,Y1);
for i=1:Y1;
    CY(:,i)=ZY(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C1(:,i)=ZI1(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C2(:,i)=ZI2(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C3(:,i)=ZI3(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C1din(:,i)=ZI1din(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C2din(:,i)=ZI2din(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
    C3din(:,i)=ZI3din(1+(i-1)*X1:i*X1,1);
end;
CY;
C1;
C2;
C3;
C1din;
C2din;

```



```
C3din;  
IMY=uint8(CY);  
IMC1=uint8(C1);  
IMC2=uint8(C2);  
IMC3=uint8(C3);  
IMC1din=uint8(C1din);  
IMC2din=uint8(C2din);  
IMC3din=uint8(C3din);  
subplot(4,4,3);imshow(IMY);title('вихід №0');  
subplot(4,4,7);imshow(IMC1);title('вихід №1');  
subplot(4,4,11);imshow(IMC2);title('вихід №2');  
subplot(4,4,15);imshow(IMC3);title('вихід №3');  
subplot(4,4,8);imshow(IMC1din);title('вихід №1');  
subplot(4,4,12);imshow(IMC2din);title('вихід №2');  
subplot(4,4,16);imshow(IMC3din);title('вихід №3');
```

### Додаток В. Список опублікованих праць за темою дисертації

1. Братченко Г.Д., Скачков В.В., Ткачук Е.В., Смаглюк Г.Г., Григорьев Д.В., Пивторак О.В. Адаптивные методы восстановления изображений в информационно-измерительных радиотехнических системах: монографія. Одесса: Бондаренко М.О., 2016. 196 с.
2. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Odesa: Bondarenko M.O., 2017. 76 p.
3. Skachkov V.V., Bratchenko H.D., Milković M., Tkachuk O.V., Smahliuk H.H., Grygoryev D.V. Adaptive Methods for Measuring Coordinates ad Radar Imaging: monograph. Croatia: University North, 2018. 77 p.
4. Skachkov V., Bratchenko H., Kazakova N., Tkachuk H. Image restoration received by radio channel on the background of external noise in the above-ground objects monitoring system. *Information Technology in Selected areas of Management 2017*: monograph. Krakow: Wydawnictwa AGH University of Science and Technology Press, 2018. P. 61–71.
5. Skachkov V., Chepkyi V., Bratchenko H., Tkachuk H., Kazakova N. Development of the method for dynamic regularization of selected estimate in the correlation matrices of observations. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mathematics and Cybernetics – Applied Aspects*. 2017. vol. 6/4 (90). P. 11–18.
6. Tkachuk O.V., Skachkov V.V. Estimation of correlation matrix of observations at the fixed signal level by maximum likelihood criterion. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2019. № 25. С. 58–64.
7. Skachkov V.V., Tkachuk O.V. Image restoration method, invariant to signal correlation in the information system with adaptive antenna array. *Збірник наукових праць «Цифрові технології» ОНАЗ ім. О.С. Попова*. 2020. № 28. С. 64–76.
8. Ткачук О.В. Операторна форма задачі відновлення зображення на фоні адитивних шумів. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*.

*Технічні науки*. 2016. вип. 2(6). С. 25–30.

9. Ткачук О.В. Оптимальна обробка сигналів зображень в умовах шумових перешкод в інформаційній системі з адаптивною антенною решіткою. *Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості*. 2020. № 2(17). С. 27–34.
10. Скачков В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Критеріальні показники оцінювання якості адаптивної інформаційно-вимірювальної системи в умовах внутрішньо системних збурень. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса). Технічні науки*. 2014. вип. 2(2). С. 33–42.
11. Ткачук О.В., Клименко В.В. Некоректні задачі в інформаційних системах військового спрямування. *Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 10-11 вересня 2014. Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2014. С. 249.
12. Клименко В.В., Ткачук О.В. Проблеми стійкості обернених некоректних задач в динамічних системах. *Спільні дії військових формувань держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 10-11 вересня 2014, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2014. С. 104–106.
13. Скачков В.В., Чепкій В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Робоча гіпотеза рішення проблеми некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*: зб. матеріалів Третьої Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 22-23 вересня 2016, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2016. С. 195–197.
14. Скачков В.В., Братченко Г.Д., Чепкій В.В., Єфимчиков О.М., Ткачук О.В., Павлович В.І. Шляхи рішення некоректних задач методом динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень. *Метрологія, технічне регулювання, якість: досягнення та*

- перспективи*: зб. матеріалів Шостої Міжнародної науково-практичної конференції, м. Одеса, 11-12 жовтня 2016, Одеса: ОДАТРА. 2016. С. 192–194.
- 15.Ткачук О.В., Скачков В.В. Застосування вибіркової оцінки кореляційної матриці спостережень для відновлення сигналу зображення в інформаційній системі з антенною решіткою. *Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи*: зб. Матеріалів Шостої Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Одеса, 12-13 вересня 2019, Одеса: Військова академія (м. Одеса). 2019. С. 250.

## Додаток Г. Акти впровадження

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор Інституту телекомунікацій  
і глобального інформаційного простору  
Національної академії наук України  
член-кор. НАН України



 О.М.Трофимчук

АКТ

### про впровадження результатів дисертаційної роботи ТКАЧУК Олени Вікторівни

Даним актом засвідчується, що результати дисертаційної роботи О.В.Ткачук на тему «Відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад методом інверсії вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень», а саме:

- метод динамічної регуляризації вибіркового оцінок кореляційної матриці спостережень з оптимальним за критерієм мінімуму матричної норми параметром, рівним розмірності кореляційної матриці (розмірності адаптивної антенної решітки);
- метод відновлення зображень, що базується на розв'язку перевизначеної системи рівнянь, складених по результатах просторового спектрального аналізу сигнально-завадової обстановки, -

використано в Інституті телекомунікацій і глобального інформаційного простору Національної академії наук України під час виконання у 2020-2021 роках науково-дослідної роботи за відомчим замовленням НАН України «Розробка технологічних рішень захищеної квантової передачі інформації» (номер державної реєстрації 0119U001871).

Отримані О.В.Ткачук результати було використано при розробці методів адаптивного завадостійкого кодування для квантових систем передачі інформації.

Заступник директора  
з наукової роботи, к.т.н.



О.Г.Лебідь

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Генеральний директор  
ТОВ «ТЕЛЕКАРТ-ПРИЛАД»  
Олексій Козлов



2021 р.

АКТ

про реалізацію результатів дисертаційних досліджень

ТКАЧУК Олени Вікторівни

Комісія в складі:

Голови: Начальник СКБ Дерев'янка Ю.П.

Членів: Заступник начальника СКБ Зяблов О.С.

Заступник начальника СКБ Баранов С.В.

Розглянула: результати досліджень, які надані в дисертаційній роботі  
Ткачук О.В. на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук.

В дисертаційній роботі Ткачук О.В. розроблено метод відновлення сигналів зображень в умовах шумових завад довільної інтенсивності в інформаційній радіотехнічній системі з адаптивною антенною решіткою. В межах поставленої задачі дослідження запропоновані алгоритми відновлення зображення в умовах апіорної невизначеності відносно сигнально-завадової обстановки. Запропоновані узагальнені структури процесорів, які реалізують розроблені автором алгоритми в системах передачі і прийому зображень від дистанційно віддалених джерел. Також, розроблені алгоритми можуть бути використані для підвищення завадозахищеності систем радіозв'язку іншого призначення.

Комісія встановила:

1.Визначити перспективні напрямки практичного розвитку технологій адаптивної обробки сигналів зображень, які передаються по каналах радіозв'язку в умовах впливу шумових завад довільної інтенсивності.

2. Виділити для проектування та розробки новий клас адаптивних систем радіозв'язку, які дозволять реалізувати стійкий прийом сигналів від віддалених джерел відеоінформації в умовах шумових завад.

Комісія ухвалила:

1. Результати дисертаційних досліджень Ткачук О.В. використані на ТОВ «ТЕЛЕКАРТ - ПРИЛАД» при проведенні дослідно-конструкторської роботи, шифр «Простір».

2. Результати дисертаційних досліджень Ткачук О.В. вважати реалізованими.

Дійсний акт не є підставою для фінансових розрахунків.

Голова

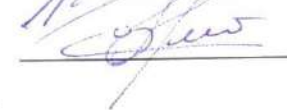


Юрій Дерев'янку

Члени




Олексій Зяблов



Сергій Баранов

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник начальника Військової академії  
(м. Одеса) з наукової роботи – начальник  
науково-організаційного відділу,  
кандидат технічних наук, доцент  
полковник  Д. В. Лісовенко  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

### АКТ

про впровадження результатів дисертаційних досліджень

ТКАЧУК Олени Вікторівни

в навчальному процесі «Військової академії (м. Одеса)»

**Комісія у складі:** голова комісії - завідувач кафедри автотехнічного забезпечення, доктор технічних наук, професор, прац. ЗСУ Дем'янчук Б.О.; члени комісії - начальник кафедри бойового застосування технічних засобів розвідки, кандидат технічних наук, полковник Максименко Ю.А.; начальник кафедри ракетно-артилерійського озброєння, кандидат технічних наук, доцент, полковник Нікул С.О.

**Розглянула:** розроблені в рамках дисертаційних досліджень Ткачук О.В. метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень і алгоритми їх формування, за допомогою пакету прикладних програм MATLAB, та їх застосування до вирішення задач лінійної алгебри чисельними методами.

### Комісія встановила:

1. Метод динамічної регуляризації вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень використано в ад'юнктурі Військової академії при викладанні дисципліни «Военно-технічні питання вищої математики та математичні основи військової кібернетики» та розгляді методів регуляризації,



які використовуються для розв'язання некоректно поставлених операторних задач.

2. Алгоритми формування стійких та спроможних вибірових оцінок кореляційної матриці спостережень використані на кафедрі «Фундаментальних наук» при викладанні дисципліни «Обчислювальна техніка та програмування» та розгляді питань знаходження розв'язку погано обумовлених систем лінійних алгебраїчних рівнянь в середовищі MATLAB матричним методом.

**Висновок комісії** : результати дисертаційних досліджень Ткачук О.В. вважати впровадженими в навчальному процесі Військової академії (м. Одеса).

Голова



Б.О. Дем'янчук

Члени



Ю.А. Максименко



С.О. Нікул